

Introdução à Economia Internacional: O Modelo Padrão

Helson Gomes de Souza

Universidade Regional do Cariri
Campus Pimenta
Centro de Ciências Sociais Aplicadas



Objetivos da aula

- Entender os conceitos básicos da economia internacional.
- Conhecer os pressupostos do modelo padrão de comércio internacional.
- Aprender a operacionalizar um modelo gravitacional de comércio internacional.



Introdução

Conceitos do modelo de gravidade

- 1 Considere uma economia de trocas composta por dois países identificados pelos indexadores i e j .
- 2 Suponha que a economia possui múltiplos setores indexados por k .
- 3 Considere $X_{i,j}$ como sendo o montante importado do país i para o país j .
- 4 Deixe Y_i^k representar a produção do k -ésimo setor no país i .
- 5 Deixe $Y^k = \sum_i Y_i^k$ representar a produção agregada do k -ésimo setor na economia geral.
- 6 Deixe E_j^k representar o gasto do país j com o k -ésimo produto.
- 7 Deixe σ_k representar a elasticidade intersetorial de substituição.
- 8 Considere $\tau_{i,j}^k$ como sendo os custos de comercialização do k -ésimo produto entre os países i e j .
- 9 Deixe Π_i^k e P_i^k representarem as resistências locais à exportação e a importação, respectivamente.



Introdução

Conceitos do modelo de gravidade

- ❶ O modelo de gravidade padrão é baseado na seguinte regra:.

$$\log(X_{i,j}) = \log(Y_i^k) + \log(E_j^k) - \log(Y^k) - \log(\Pi_i^k) + (1 - \sigma_k) \left[\log(\tau_{i,j}^k) - \log(P_j^k) \right]$$

- ❷ Em que:

$$\Pi_i^k = \sum_j \left(\frac{\tau_{i,j}^k}{P_j^k} \right)^{1-\sigma_k} \left(\frac{E_j^k}{Y^k} \right)$$

$$P_j^k = \sum_i \left(\frac{\tau_{i,j}^k}{\Pi_j^k} \right)^{1-\sigma_k} \left(\frac{Y_i^k}{Y^k} \right)$$

- ❸ Porém, de onde vem essa regra?
- ❹ Para responder, é preciso modelar e resolver o problema de otimização dos agentes econômicos.



O problema dos agentes

Consumidores

- 1 Considerando uma economia com C países, suponha que cada setor produz uma variedade v de produtos.
- 2 Deixe $x_i^k(v)$ representar a quantidade do produto produzido pelo k -ésimo setor, para a variedade v , consumida pelo i -ésimo país ao preço $p_i^k(v)$.
- 3 Suponha que o consumidor representativo possui uma função de utilidade do tipo CES, tal que:

$$U_i = \sum_{k=1}^K \left(\int_{v \in V_i^k} [x_i^k(v)]^{1-\frac{1}{\sigma_k}} dv \right)^{\frac{1}{1-\frac{1}{\sigma_k}}}$$

- 4 De modo que a seguinte restrição orçamentária precisa ser satisfeita:

$$E_i \equiv \sum_{k=1}^K E_i^k = \sum_{k=1}^K \left(\int_{v \in V_i^k} p_i^k(v) x_i^k(v) dv \right)$$



O problema dos agentes

Consumidores

- 1 O problema do consumidor representativo é maximizar U sujeito a E .
O lagrangeano do problema é:

$$\ell = \sum_{k=1}^K \left(\int_{v \in V_i^k} [x_i^k(v)]^{1-\frac{1}{\sigma_k}} dv \right)^{\frac{1}{1-\frac{1}{\sigma_k}}} - \lambda \sum_{k=1}^K \left(\int_{v \in V_i^k} p_i^k(v) x_i^k(v) dv \right)$$

- 2 Tomando a condição de primeira ordem em relação a $x_i^k(v)$:

$$\left(\frac{1}{1-\frac{1}{\sigma_k}} \right) \left(\int_{v \in V_i^k} [x_i^k(v)]^{1-\frac{1}{\sigma_k}} dv \right)^{\frac{1}{1-\frac{1}{\sigma_k}}-1} \left(1 - \frac{1}{\sigma_k} \right) x_i^k(v)^{-\frac{1}{\sigma_k}} - \lambda p_i^k(v) = 0$$

- 3 Deixe $X^k = \left(\int_{v \in V_i^k} [x_i^k(v)]^{1-\frac{1}{\sigma_k}} dv \right)^{\frac{1}{1-\frac{1}{\sigma_k}}}$ para obter:

$$\lambda p_i^k(v) = \frac{X^k x_i^k(v)^{-\frac{1}{\sigma_k}}}{\left(\int_{v \in V_i^k} [x_i^k(v)]^{1-\frac{1}{\sigma_k}} dv \right)}$$



O problema dos agentes

Consumidores

- ① Agora considere multiplicar ambos os lados da equação anterior por $\left(\int_{v \in V_i^k} [p_i^k(v)]^{-\frac{1}{\sigma_k}} dv \right)$:

$$\lambda p_i^k(v) \left(\int_{v \in V_i^k} [p_i^k(v)]^{-\frac{1}{\sigma_k}} dv \right) = \frac{X^k x_i^k(v)^{-\frac{1}{\sigma_k}} \left(\int_{v \in V_i^k} [p_i^k(v)]^{-\frac{1}{\sigma_k}} dv \right)}{\left(\int_{v \in V_i^k} [x_i^k(v)]^{1-\frac{1}{\sigma_k}} dv \right)}$$

$$\lambda p_i^k(v) \left(\int_{v \in V_i^k} [p_i^k(v)]^{-\frac{1}{\sigma_k}} dv \right) = \frac{X^k \left(\int_{v \in V_i^k} \underbrace{\left[p_i^k(v) x_i^k(v) \right]}_{E_i^k} dv \right)^{-\frac{1}{\sigma_k}}}{\left(\int_{v \in V_i^k} [x_i^k(v)]^{1-\frac{1}{\sigma_k}} dv \right)}$$

$$\lambda p_i^k(v) \left(\int_{v \in V_i^k} [p_i^k(v)]^{-\frac{1}{\sigma_k}} dv \right) = \frac{X^k (E_i^k)^{-\frac{1}{\sigma_k}}}{\left(\int_{v \in V_i^k} [x_i^k(v)]^{1-\frac{1}{\sigma_k}} dv \right)}$$



O problema dos agentes

Consumidores

$$\lambda \left(\int_{v \in V_i^k} [p_i^k(v)]^{\frac{\sigma-1}{\sigma_k}} dv \right) = \frac{X^k (E_i^k)^{-\frac{1}{\sigma_k}}}{\left(\int_{v \in V_i^k} [x_i^k(v)]^{1-\frac{1}{\sigma_k}} dv \right)}$$

$$\lambda = \frac{X^k}{\int_{v \in V_i^k} [x_i^k(v)]^{1-\frac{1}{\sigma_k}} dv} * \frac{\int_{v \in V_i^k} [p_i^k(v)]^{\frac{1-\sigma}{\sigma_k}} dv}{(E_i^k)^{\frac{1}{\sigma_k}}}$$



O problema dos agentes

Consumidores

- 1 Agora considere substituir λ na equação de $\lambda p_i^k(v)$, no slide (6).

$$\begin{aligned} \frac{X^k}{\int_{v \in V_i^k} [x_i^k(v)]^{1-\frac{1}{\sigma_k}} dv} * \frac{\int_{v \in V_i^k} [p_i^k(v)]^{\frac{1-\sigma_k}{\sigma_k}} dv}{(E_i^k)^{\frac{1}{\sigma_k}}} p_i^k(v) &= \frac{X^k x_i^k(v)^{-\frac{1}{\sigma_k}}}{\left(\int_{v \in V_i^k} [x_i^k(v)]^{1-\frac{1}{\sigma_k}} dv \right)} \\ x_i^k(v)^{-\frac{1}{\sigma_k}} &= \frac{p_i^k(v) \int_{v \in V_i^k} [p_i^k(v)]^{\frac{1-\sigma_k}{\sigma_k}} dv}{(E_i^k)^{\frac{1}{\sigma_k}}} \\ x_i^k(v) &= \frac{p_i^k(v)^{-\sigma_k} \int_{v \in V_i^k} [p_i^k(v)]^{\sigma_k-1} dv}{(E_i^k)^{-1}} \\ x_i^k(v) &= \frac{E_i^k p_i^k(v)^{-\sigma_k}}{\int_{v \in V_i^k} [p_i^k(v)]^{1-\sigma_k} dv} \end{aligned}$$



O problema dos agentes

Consumidores

- 1 Agora considere multiplicar e dividir o lado direito da equação anterior por $\left(\int_{v \in V_i^k} [p_i^k(v)]^{1-\sigma_k} dv\right)^{\frac{\sigma_k}{1-\sigma_k}}$ para obter:

$$x_i^k(v) = \frac{E_i^k p_i^k(v)^{-\sigma_k}}{\int_{v \in V_i^k} [p_i^k(v)]^{1-\sigma_k} dv} \frac{\left(\int_{v \in V_i^k} [p_i^k(v)]^{1-\sigma_k} dv\right)^{\frac{\sigma_k}{1-\sigma_k}}}{\left(\int_{v \in V_i^k} [p_i^k(v)]^{1-\sigma_k} dv\right)^{\frac{\sigma_k}{1-\sigma_k}}}$$

$$x_i^k(v) = \frac{E_i^k p_i^k(v)^{-\sigma_k} \left(\int_{v \in V_i^k} [p_i^k(v)]^{1-\sigma_k} dv\right)^{\frac{\sigma_k}{1-\sigma_k}}}{\left(\int_{v \in V_i^k} [p_i^k(v)]^{1-\sigma_k} dv\right)^{\frac{1}{1-\sigma_k}}}$$

- 2 Agora deixe $P_i^k = \left(\int_{v \in V_i^k} [p_i^k(v)]^{1-\sigma_k} dv\right)^{\frac{1}{1-\sigma_k}}$ representar o índice geral de preços do setor k no país i . Tem-se:

$$x_i^k(v) = \left(\frac{E_i^k}{P_i^k}\right) \left(\frac{p_i^k(v)}{P_i^k}\right)^{-\sigma_k}$$

- 3 A equação anterior mostra a demanda ótima pela v -ésima variedade do k -ésimo produto no i -ésimo país.



O problema dos agentes

Produtores

- 1 Cada país i possui um total de N_i^k firmas produzindo no setor k .
- 2 O número de total de produtos na economia é $\sum i = 1^C N_i^k$.
- 3 As firmas possuem um custo fixo (f_i^k) e um custo variável (a_i^k), os quais são remunerados a uma taxa salarial ω .
- 4 O objetivo do produtor representativo é maximizar o lucro, dado por:

$$\pi_i^k(v) = p_i^k(v)x_i^k(v) - \omega a_i^k x_i^k(v) - \omega f_i^k$$

- 5 Supondo uma competição de Bertrand, a condição de primeira ordem do problema é:

$$\frac{\partial \pi_i^k(v)}{\partial p_i^k(v)} = x_i^k(v) + p_i^k(v) \frac{\partial x_i^k(v)}{\partial p_i^k(v)} - \omega a_i^k \frac{\partial x_i^k(v)}{\partial p_i^k(v)} = 0$$

- 6 Resolvendo para o preço:

$$p_i^k(v) = \omega a_i^k - \frac{x_i^k(v)}{\partial x_i^k(v) / \partial p_i^k(v)}$$



O problema dos agentes

Produtores

- 1 Derivando $x_i^k(v)$, no slide (10), em relação a $p_i^k(v)$ obtém-se:.

$$\frac{\partial x_i^k(v)}{\partial p_i^k(v)} = -\sigma_k p_i^k(v)^{-\sigma_k-1} \left(\frac{E_i^k}{P_i^k} \right) \left(\frac{1}{P_i^k} \right)^{-\sigma_k}$$

$$\frac{\partial x_i^k(v)}{\partial p_i^k(v)} = -\sigma_k p_i^k(v)^{-1} \underbrace{\left(\frac{E_i^k}{P_i^k} \right) \left(\frac{p_i^k(v)}{P_i^k} \right)^{-\sigma_k}}_{x_i^k(v)}$$

$$\frac{\partial x_i^k(v)}{\partial p_i^k(v)} = \frac{-\sigma_k x_i^k(v)}{p_i^k(v)}$$

- 2 Substituindo na equação de $p_i^k(v)$, no slide (11), obtém-se:



O problema dos agentes

Produtores

$$p_i^k(v) = \omega a_i^k - \frac{x_i^k(v)}{\frac{-\sigma_k x_i^k(v)}{p_i^k(v)}}$$

$$p_i^k(v) = \omega a_i^k + \frac{x_i^k(v) p_i^k(v)}{\sigma_k x_i^k(v)}$$

$$p_i^k(v) \left(\frac{\sigma_k - 1}{\sigma_k} \right) = \omega a_i^k$$

$$p_i^k(v) = \left(\frac{\sigma_k}{\sigma_k - 1} \right) \omega a_i^k$$

- 1 O termo em parêntesis é o *markup* do k -ésimo produto e o termo que sucede o parêntesis é o custo marginal de produção do k -ésimo produto no i -ésimo país.



O problema dos agentes

Os custos de comércio

- 1 Na teoria do comércio internacional, as transações entre dois países i e j estão sujeitas aos custos transacionais.
- 2 O exemplo mais factível desses custos de transação é o frete, um custo de transporte que incide sobre o preço de cada unidade transacionada.
- 3 Dada a existência de custos transacionais, o preço de cada unidade comercializada é multiplicado por um valor $\tau_{i,j} > 1$.
- 4 Nesse caso, o preço da variedade v do produto k produzido no país i e consumido no país j é:

$$p_i^k(v) = \left(\frac{\sigma_k}{\sigma_k - 1} \right) \tau_{i,j}^k \omega a_i^k = p_i^k(v) \tau_{i,j}^k$$

- 5 Com essa formulação, o índice geral de preços passa a ser:

$$P_i^k = \left(\int_{v \in V_i^k} [\tau_{i,j}^k p_i^k(v)]^{1-\sigma_k} dv \right)^{\frac{1}{1-\sigma_k}}$$

- 6 Nas aplicações empíricas, geralmente considera-se que a distância entre os países é uma boa aproximação para $\tau_{i,j}$.



- ❶ O valor das exportações entre os países i e j , é $(p_i^k(v)x_i^k(v))$, o qual pode ser definido com as equações anteriores como:

$$\begin{aligned} p_i^k(v)x_i^k(v) &= \underbrace{p_i^k(v)\tau_{i,j}^k}_{p_i^k(v)} \underbrace{\left(\frac{E_i^k}{P_i^k}\right) \left(\frac{p_i^k(v)\tau_{i,j}^k}{P_i^k}\right)^{-\sigma_k}}_{x_i^k(v)} \\ &= E_i^k \left(\frac{p_i^k(v)\tau_{i,j}^k}{P_i^k}\right) \left(\frac{p_i^k(v)\tau_{i,j}^k}{P_i^k}\right)^{-\sigma_k} \\ &= E_i^k \left(\frac{p_i^k(v)\tau_{i,j}^k}{P_i^k}\right)^{1-\sigma_k} \end{aligned}$$



Fechamento do modelo

- 1 Se cada i -ésimo país possui N firmas produzindo em um dado setor k , então o volume agregado de exportações pode ser definido como:

$$X_{i,j}^k = N_i E_j^k \left(\frac{p_i^k(v) \tau_{i,j}^k}{P_i^k} \right)^{1-\sigma_k}$$

- 2 Em um cenário de equilíbrio geral, a renda setorial do país i (Y_i^k) deve ser equivalente ao gasto total com compras do mesmo setor, isto é:

$$Y_i^k = \sum_{j=1}^C X_{i,j}^k$$

$$Y_i^k = N_i [p_i^k(v)]^{1-\sigma_k} \sum_{j=1}^C \left(\frac{\tau_{i,j}^k}{P_i^k} \right)^{1-\sigma_k} E_j^k$$

$$N_i [p_i^k(v)]^{1-\sigma_k} = \frac{Y_i^k}{\sum_{j=1}^C \left(\frac{\tau_{i,j}^k}{P_i^k} \right)^{1-\sigma_k} E_j^k}$$

- 3 Agora considere substituir essa regra na equação de $X_{i,j}^k$.



$$X_{i,j}^k = N_i[p_i^k(v)]^{1-\sigma_k} E_j^k \left(\frac{\tau_{i,j}^k}{P_i^k} \right)^{1-\sigma_k}$$

$$X_{i,j}^k = E_j^k \left(\frac{\tau_{i,j}^k}{P_i^k} \right)^{1-\sigma_k} \frac{Y_i^k}{\sum_{j=1}^C \left(\frac{\tau_{i,j}^k}{P_i^k} \right)^{1-\sigma_k} E_j^k}$$

$$X_{i,j}^k = \left(\frac{\tau_{i,j}^k}{P_i^k} \right)^{1-\sigma_k} \left(\frac{E_j^k Y_i^k}{\sum_{j=1}^C \left(\frac{\tau_{i,j}^k}{P_i^k} \right)^{1-\sigma_k} E_j^k} \right)$$

- 1 Deixe Y^k representar a produção mundial agregada do setor K e defina

$$P_i^k = \sum_{j=1}^C \left(\frac{\tau_{i,j}^k}{P_i^k} \right)^{1-\sigma_k} E_j^k / Y^k.$$

- 2 Com essas definições, a equação anterior pode ser reescrita como:



$$X_{i,j}^k = \left(\frac{\tau_{i,j}^k}{P_i^k} \right)^{1-\sigma_k} \left(\frac{E_j^k Y_i^k}{\sum_{j=1}^C \left(\frac{\tau_{i,j}^k}{P_i^k} \right)^{1-\sigma_k} E_j^k \left(\frac{Y^k}{Y^k} \right)} \right)$$
$$X_{i,j}^k = \left(\frac{\tau_{i,j}^k}{P_i^k} \right)^{1-\sigma_k} \left(\frac{E_j^k Y_i^k}{\Pi_i^k Y^k} \right)$$

1 Aplicando logaritmo:

$$\log(X_{i,j}) = \log(Y_i^k) + \log(E_j^k) - \log(Y^k) - \log(\Pi_i^k) + (1 - \sigma_k) \left[\log(\tau_{i,j}^k) - \log(P_j^k) \right]$$

2 Que corresponde a equação do modelo de gravidade apresentada no slide (4).



Aplicação simplificada

O modelo de gravidade padrão em R

- 1 Para demonstrar de maneira simplificada o funcionamento do modelo padrão de comércio internacional, considere uma estimativa convencional via OLS da equação padrão apresentada no slide (4).
- 2 Considere usar a linguagem R.
- 3 Instale a biblioteca *gravity* e importe a base de dados padrão da biblioteca nomeada "gravity_no_zeros".

```
install.packages("gravity")  
library(gravity)  
dados = gravity_no_zeros  
head(dados)
```

```
# A tibble: 6 x 10  
  iso_o iso_d distw gdp_o gdp_d rta flow contig comlang_off comcur  
  <chr> <chr> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl>  
1 AFG ARG 15341. 8399. 214058. 0 0.061 0 0 0  
2 AFG AUS 11086. 8399. 768178. 0 0.406 0 0 0  
3 AFG AUT 4567. 8399. 322444. 0 0.165 0 0 0  
4 AFG AZE 1822. 8399. 20122. 0 0.00160 0 0 0  
5 AFG BEL 5332. 8399. 392001. 0 4.16 0 0 0  
6 AFG BFA 7464. 8399. 6205. 0 0.00103 0 0 0
```



Aplicação simplificada

O modelo de gravidade padrão em R

- ❶ *iso_o* é o código do país de origem.
- ❷ *iso_d* é o código do país de destino.
- ❸ *distw* é a distância ponderada.
- ❹ *gdp_o* é a produção do país de origem em milhões de dólares.
- ❺ *gdp_d* é a produção do país de destino em milhões de dólares.
- ❻ *rta* é uma variável binária que indica se o país possui acordos bilaterais de comércio.
- ❼ *flow* é o fluxo comercial em milhões de dólares.
- ❽ *contig* é uma *dummy* de contiguidade.
- ❾ *comlang_off* é uma variável binária de linguagem oficial comum.
- ❿ *comcur* é uma variável binária de moeda oficial comum.



Aplicação simplificada

O modelo de gravidade padrão em R (Estimação via OLS)

```
summary(  
lm(log(flow) ~ log(distw) + log(gdp_o) + log(gdp_d) + rta + contig +  
  comlang_off + comcur,  
data = dados)  
)
```

```
Call:  
lm(formula = log(flow) ~ log(distw) + log(gdp_o) + log(gdp_d) +  
  rta + contig + comlang_off + comcur, data = dados)  
  
Residuals:  
    Min       1Q   Median       3Q      Max   
-20.265  -1.226   0.182   1.521   9.976  
  
Coefficients:  
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)      
(Intercept) -11.903342   0.276678  -43.022  <2e-16 ***  
log(distw)   -1.171616   0.029582  -39.606  <2e-16 ***  
log(gdp_o)    1.232566   0.008479  145.361  <2e-16 ***  
log(gdp_d)    0.910198   0.008314  109.471  <2e-16 ***  
rta           0.885798   0.070057   12.644  <2e-16 ***  
contig        1.118794   0.123966    9.025  <2e-16 ***  
comlang_off   1.194314   0.054082   22.083  <2e-16 ***  
comcur        -0.003384   0.152262   -0.022   0.982  
---  
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1  
  
Residual standard error: 2.451 on 17080 degrees of freedom  
Multiple R-squared:  0.6461,    Adjusted R-squared:  0.646  
F-statistic: 4455 on 7 and 17080 DF,  p-value: < 2.2e-16
```



Aplicação simplificada

O modelo de gravidade padrão em R (Estimação via OLS)

1 Erros clusterizados pela distância.

```
install.packages("sandwich")
install.packages("lmtest")
modelo = lm(log(flow) ~ log(distw) + log(gdp_o) + log(gdp_d) + rta +
comlang_off + comcur, data = dados)
cluster = vcovCL(modelo, cluster = dados$distwd)
coeftest(modelo, vcov = cluster)
```

```
t test of coefficients:
              Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
(Intercept) -11.903419   0.2794576 -42.5944  <2e-16 ***
log(distw)   -1.1716157   0.0288015 -40.6790  <2e-16 ***
log(gdp_o)    1.2325664   0.0084656 145.5965  <2e-16 ***
log(gdp_d)    0.9101979   0.0081924 111.1027  <2e-16 ***
rta           0.8857977   0.0603896 14.6680  <2e-16 ***
contig        1.1187941   0.1066365 10.4917  <2e-16 ***
comlang_off   1.1943135   0.0540774 22.0853  <2e-16 ***
comcur        -0.0033844   0.1517227 -0.0223  0.9822
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```



- 1 Acesse o portal de dados abertos sobre comércio internacional em <https://www.gov.br/mdic/pt-br/assuntos/comercio-exterior/estatisticas/base-de-dados-bruta>.
- 2 Escolha o ano de 2024.
- 3 Elabore uma base de dados a nível de país na estrutura do modelo padrão de comércio internacional apresentado na aula.
- 4 Estime um modelo de gravidade padrão via OLS usando a base de dados construída.



- Anderson, J., and E. Van Wincoop. 2003. "Gravity with Gravitas: A Solution to the Border Puzzle." *American Economic Review*, 93(1): 170-192. <http://fmwww.bc.edu/EC-P/wp485.pdf>.
- Krugman, Obstfeld & Melitz, **Economia Internacional**, 10ª edição, capítulo 9.

