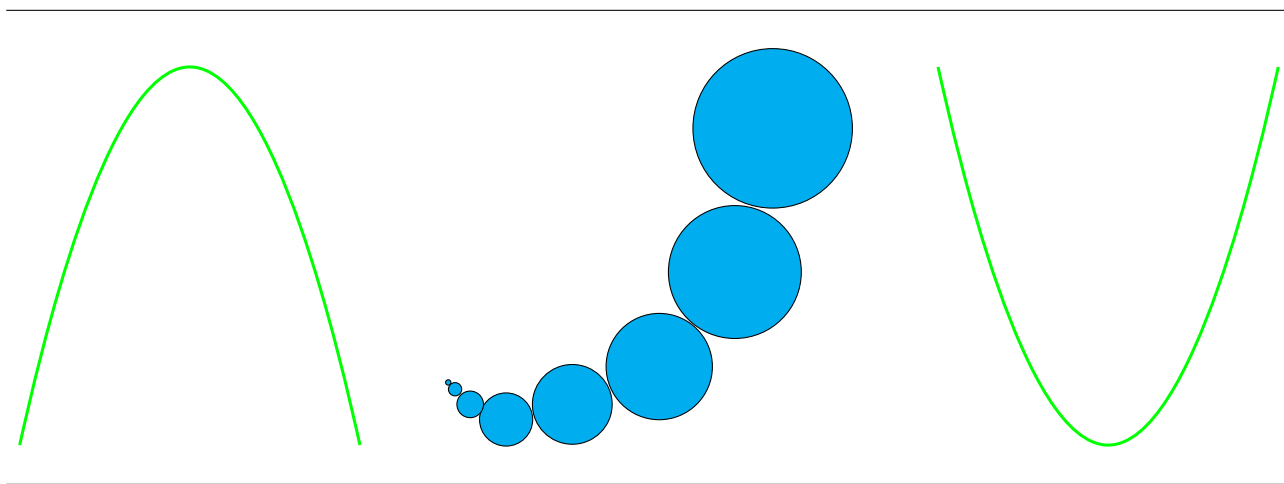


**Prof. Dr. Helson Gomes de Souza**

helson.gomes@urca.br

# **Tópicos em Teoria Microeconômica: Estruturas de Mercado**



# Conteúdo

|          |                                                                    |           |
|----------|--------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introdução</b>                                                  | <b>3</b>  |
| <b>2</b> | <b>Mercados perfeitamente competitivos</b>                         | <b>3</b>  |
| 2.1      | O curto prazo . . . . .                                            | 3         |
| 2.1.1    | Aplicação em uma função de produção do tipo Cobb-Douglas . . . . . | 7         |
| 2.2      | O longo prazo . . . . .                                            | 8         |
| 2.2.1    | Aplicação em uma função de produção do tipo Cobb-Douglas . . . . . | 10        |
| <b>3</b> | <b>Monopólio puro</b>                                              | <b>13</b> |
| 3.1      | Produção em múltiplas plantas . . . . .                            | 15        |
| 3.2      | Discriminação de preços . . . . .                                  | 16        |
| <b>4</b> | <b>Concorrência monopolística</b>                                  | <b>19</b> |
| 4.1      | O curto prazo . . . . .                                            | 19        |
| 4.2      | O longo prazo . . . . .                                            | 20        |
| <b>5</b> | <b>Oligopólio</b>                                                  | <b>22</b> |
| 5.1      | A solução de Cournot . . . . .                                     | 23        |
| 5.2      | A solução de cartel . . . . .                                      | 25        |
| 5.3      | A solução de Stackelberg . . . . .                                 | 27        |

# 1 Introdução

Na economia, as teorias acerca das estruturas de mercado buscam demonstrar como os produtores e/ou consumidores se organizam para prover uma oferta/demanda por produtos de modo a atender os seus objetivos satisfazendo as suas restrições. Esse breve documento objetiva explanar os principais tópicos acerca das estruturas de mercado, demonstrando as propriedades e as particularidades teóricas das principais estruturas de mercado vigentes na economia real, a saber, os mercados perfeitamente competitivos, os mercados em monopólio, os mercados em concorrência monopolística e os mercados em oligopólio.

## 2 Mercados perfeitamente competitivos

Os mercados que operam em uma estrutura de competição perfeita possuem quatro características que os diferenciam das demais estruturas de mercado, sendo:

1. **Os produtores são tomadores de preços:** Existe um grande número de produtores e cada empresa individualmente é tão pequena em comparação ao mercado total que qualquer que seja a quantidade produzida, esse nível de produção não irá causar quaisquer alterações no preço de mercado. Em outras palavras, o nível de oferta de um produtor específico não tem capacidade de alterar o preço de mercado, o que força cada produtor individual a impor o preço de mercado ao seu produto.
2. **Bens homogêneos:** O produto que um produtor específico produz é semelhante ao produto produzido pelos demais produtores que compõem o mercado. Em outras palavras, há uma elevada homogeneidade entre os bens produzidos por cada firma, de modo que esses bens são altamente substituíveis.
3. **Informação perfeita e simétrica:** Cada produtor e cada consumidor possui perfeita e simétrica informação acerca das variáveis que determinam o comportamento do mercado.
4. **Livre entrada e saída:** Não existem barreiras que impeçam a entrada e/ou saída dos produtores no mercado.

As firmas competitivas possuem diferentes comportamentos a depender do estágio que elas se encontram na sua capacidade de adaptação das suas plantas de produção. Se as firmas não possuem plena capacidade de adaptação, então considera-se que os produtores estão inseridos em um cenário de curto prazo. Do contrário, quando as firmas possuem plena capacidade de adaptação, então considera-se que os produtores estão inseridos em um cenário de longo prazo.

### 2.1 O curto prazo

No curto prazo o produtor competitivo não possui ampla capacidade de alterar as suas plantas de produção. Em teoria, essa propriedade é representada pela suposição de que pelo menos um dos custos de produção é fixo. Para demonstrar, suponha que um dado produtor competitivo utiliza dois insumos,  $x_1$  e  $x_2$  para produzir um produto  $y$ . Deixe  $\omega_1$  e  $\omega_2$  representarem os preços de  $x_1$  e  $x_2$ , respectivamente. Para representar a propriedade de pelo menos um custo fixo, deixe  $\bar{x}_2 = x_2$ , em que  $\bar{x}_2$  é um valor fixo que independe da produção. Suponha que esse produtor possui uma tecnologia de produção bem comportada tal que  $y = f(x_1, \bar{x}_2)$ . Se  $\pi$  representa o lucro e  $p$  é o preço de mercado do produto, então o problema do produtor competitivo no curto prazo é:

$$\max \quad \pi = \underbrace{py}_{RT} - \underbrace{(\omega_1 x_1 + \omega_2 \bar{x}_2)}_{CT} \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a: } y = f(x_1, \bar{x}_2)$$

Em que  $RT$  é a receita total,  $CV$  é o custo variável,  $CF$  é o custo fixo e  $CT$  é o custo total. Substituindo a restrição na função objetivo:

$$\pi = pf(x_1, \bar{x}_2) - \omega_1 x_1 - \omega_2 \bar{x}_2 \quad (2)$$

Tomando a condição de primeira ordem em relação ao insumo variável, obtém-se:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_1} = p \left( \underbrace{\frac{\partial f(x_1, \bar{x}_2)}{\partial x_1}}_{pmg(x_1)} \right) - \omega_1 = 0 \quad (3)$$

$$\omega_1 = p * pmg(x_1)$$

Em que  $pmg$  representa o produto marginal. A equação (3) fornece a condição necessária para que o produtor competitivo maximize o lucro no curto prazo. Porém, além dessa condição é necessário que ocorra:

$$p \left( \frac{\partial pmg(x_1)}{\partial x_1} \right) < 0 \quad (4)$$

Essas condições estabelecem o comportamento do produtor competitivo pela ótica do insumo. Uma condição de otimalidade para o preço de mercado pode ser obtida tomando as condições de primeira ordem na Equação 1 pela ótica do produto, isto é, derivando o lucro em relação ao produto em vez do insumo. Esse procedimento resulta na seguinte condição:

$$\frac{\partial \pi}{\partial y} = p - \underbrace{\frac{\partial CT}{\partial y}}_{Cmg(y)} = 0 \quad (5)$$

$$p = Cmg(y)$$

Em que  $Cmg$  é o custo marginal de produção. É necessário, contudo, que ocorra:

$$-\frac{\partial Cmg(y)}{\partial y} < 0$$

ou

$$\frac{\partial Cmg(y)}{\partial y} > 0 \quad (6)$$

O que induz à seguinte definição:

---

**Definição 1** *O lucro da firma competitiva no curto prazo só será maximizado caso o seu custo marginal de produção seja igual ao preço de mercado desde que esse valor esteja situado na parte crescente da curva de custo marginal.*

---

Pela ótica do produto, o custo médio de produção ( $Cme(y)$ ) equivale à razão entre o custo total ( $ct(y)$ ) e a produção da firma, ou seja:

$$Cme(y) = \frac{ct(y)}{y} \quad (7)$$

Derivando a equação anterior em relação ao produto, tem-se:

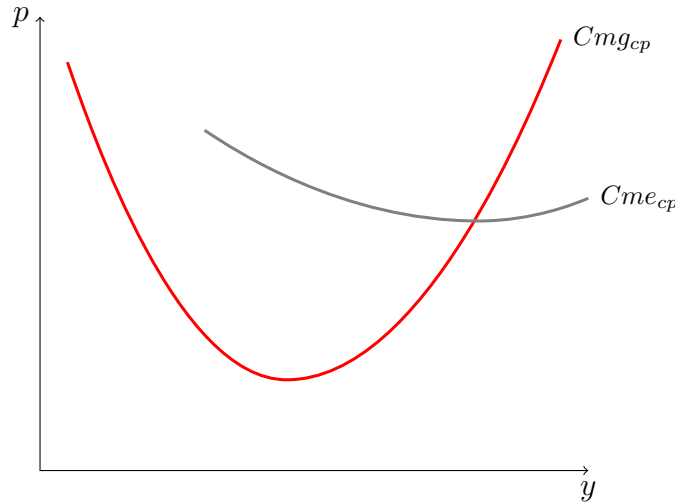
$$\begin{aligned} \frac{\partial Cme(y)}{\partial y} &= \frac{\overbrace{(\partial ct(y)/\partial y) y}^{Cmg(y)} - ct(y)}{y^2} \\ \frac{\partial Cme(y)}{\partial y} &= \frac{Cmg(y)}{y} - \underbrace{\frac{ct(y)}{y}}_{Cme(y)} \frac{1}{y} \\ \frac{\partial Cme(y)}{\partial y} &= \left(\frac{1}{y}\right) [Cmg(y) - Cme(y)] \end{aligned} \quad (8)$$

Dado que o custo médio será mínimo somente se  $\partial Cme(y)/\partial y = 0$ , então:

- O custo médio será mínimo se  $Cmg(y) = Cme(y)$ .
- Se  $Cmg(y) < Cme(y)$ , então  $\partial Cme(y)/\partial y < 0$  e o custo médio será decrescente.
- Se  $Cmg(y) > Cme(y)$ , então  $\partial Cme(y)/\partial y > 0$  e o custo médio será crescente.

Com isso, as curvas de custo médio e custo marginal podem ser expressas conforme a [Figura 1](#).

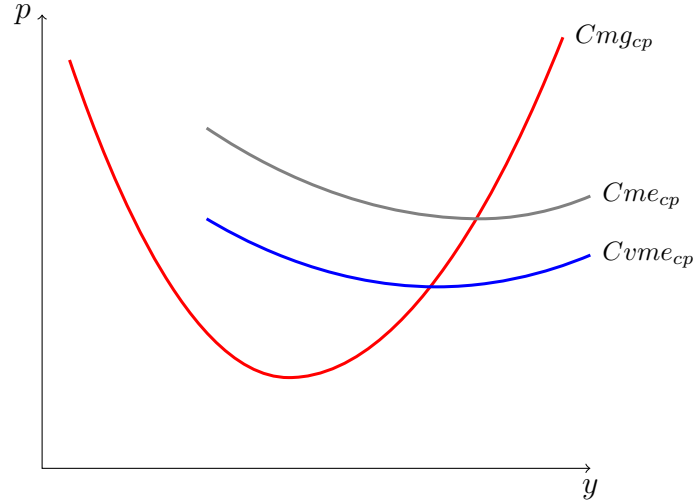
Figura 1: Representação das curvas de custo marginal e custo médio.



Nota: O subscrito *cp* indica que se trata do curto prazo.

Conforme demonstrado na [Equação 1](#), o custo total de curto prazo é dividido em dois, um custo fixo e um custo variável. Considerando a ótica do produto, o custo variável médio ( $Cvme$ ) seria a razão entre o custo variável e a produção. Usando os mesmos procedimentos da [Equação 8](#) é possível mostrar que a curva de custo variável médio possui o mesmo layout da curva de custo médio, porém, está situada levemente abaixo no plano dado que o custo médio tem um componente adicional (o custo fixo médio). Assim, a curva de custo variável médio pode ser adicionada na [Figura 1](#) de modo a obter:

Figura 2: Representação das curvas de custo marginal, custo médio e custo variável médio.



Nota: O subscrito  $cp$  indica que se trata do curto prazo.

Pela definição 1, no curto prazo o preço deve ser igual ao custo marginal na parte crescente da curva de custo marginal. Porém, alguns níveis de preço não são viáveis. Dado que no curto prazo o produtor possui custos fixos, caso o seu preço esteja abaixo do custo variável médio então:

$$\begin{aligned} p &< Cvme \\ p &< \frac{Cv}{y} \\ py &< Cv \\ Cv &> RT \end{aligned} \quad (9)$$

Pela Equação 9, caso o preço seja inferior ao custo variável médio no curto prazo, então o custo variável será superior à receita total, isto é, as receitas não serão suficientes para custear os custos diretamente associados à produção, o que torna a produção inviável e força o produtor a parar o processo de produção. Essa condição, associado à definição 1 induz à seguinte definição:

---

**Definição 2** No curto prazo a curva de oferta do produtor competitivo é a parte crescente da curva de custo marginal situada acima da curva de custo variável médio.

---

Quando o preço está acima do custo variável médio de curto prazo, a receita total supera o custo variável<sup>1</sup> e o produtor pode produzir pois as receitas são suficientes para custear os gastos com a produção. Nesse caso, o produtor estará sujeito a prejuízos caso  $cf > RT - Cv$ . No ponto em que o preço é igual ao custo médio de curto prazo, a receita total é igual ao custo total<sup>2</sup> e o produtor opera com lucro zero. Por fim, quando o preço supera o custo médio de curto prazo, a receita total supera o custo total<sup>3</sup> e o produtor obtém lucro positivo. Essas condições podem ser adicionadas na Figura 2 para obter a Figura 3.

A parte tracejada da figura é a curva de oferta do produtor individual no curto prazo. Note que se  $p < Cvme_{cp}$ , então a produção é nula. O produtor poderia produzir no ponto A, onde  $p = Cmg$

---

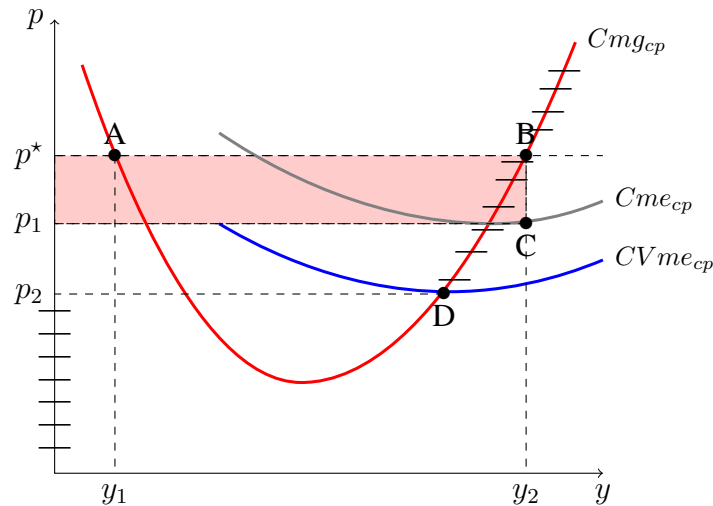

$$^1 p > \frac{Cv}{y} \Rightarrow \underbrace{py}_{RT} > Cv$$

$$^2 p = \frac{Cf+Cv}{y} \Rightarrow \underbrace{py}_{RT} = Cf + Cv$$

$$^3 p > \frac{Cf+Cv}{y} \Rightarrow \underbrace{py}_{RT} > Cf + Cv$$

é verdadeiro, porém ele não o faz porque esse ponto está na parte decrescente da curva de custo marginal. Em vez disso, ele produzirá  $y_2$  unidades no ponto  $b$ , onde  $p = Cmg$  na parte crescente da curva. Produzindo nesse ponto, o retângulo em destaque mostra o lucro do produtor<sup>4</sup>. Note que se  $p = p_1$ , então a área do retângulo será nula e não haverá lucro. Se  $p < p^*$ , a área do retângulo será reduzida e o lucro não será maximizado. Se  $p > p^*$ , o custo médio não será mínimo e os custos totais crescerão em uma proporção superior às receitas, implicando em uma perda de lucro em comparação com o caso em que  $p = p^*$ .

Figura 3: Produção no curto prazo para a firma perfeitamente competitiva.



Nota: O subscrito  $cp$  indica que se trata do curto prazo.

### 2.1.1 Aplicação em uma função de produção do tipo Cobb-Douglas

Considere que um produtor competitivo opera no curto prazo com uma tecnologia Cobb-Douglas. Suponha que esse produtor produz um produto  $y$  usando dois insumos, um insumo variável  $x_1$  e um insumo fixo  $\bar{x}_2$ . Sejam  $\omega_1$  e  $\omega_2$  os preços de  $x_1$  e  $\bar{x}_2$ , respectivamente, o lucro do produtor é:

$$\pi = px_1^\alpha \bar{x}_2^{1-\alpha} - \omega_1 x_1 - \omega_2 \bar{x}_2 \quad (10)$$

$\omega_1 x_1$  é o custo variável e  $\omega_2 \bar{x}_2$  é o custo fixo. Pela Equação 3:

$$\begin{aligned} p\alpha x_1^{\alpha-1} \bar{x}_2^{1-\alpha} &= \omega_1 \\ \frac{p\alpha \overbrace{x_1^\alpha \bar{x}_2^{1-\alpha}}^y}{x_1} &= \omega_1 \\ x_1 &= \frac{\alpha py}{\omega_1} \end{aligned} \quad (11)$$

Note que quanto maior for o preço do produto e o volume produzido, maior será a demanda por  $x_1$ . Como  $\bar{x}_2$  é fixo, a demanda ótima por insumos no curto prazo é:

$$(x_1, \bar{x}_2) = \left( \frac{\alpha py}{\omega_1}; \bar{x}_2 \right) \quad (12)$$

<sup>4</sup>A área do retângulo quantifica o lucro. Como a base do retângulo é  $y_2 - 0 = y_2$  e a altura é  $p^* - p_1$ , então o lucro é  $y_2(p^* - p_1)$ . Nesse caso,  $p_1$  quantifica o custo médio de curto prazo e  $p^*$  reflete o preço. Isso advém da definição do lucro, se  $\pi = py - ct$ , então é verdade que  $\frac{\pi}{y} = \underbrace{\frac{p}{y}}_{Cmg} - \underbrace{\frac{ct}{y}}_{Cme}$ , o que equivale a  $\pi = y(Cmg - Cme)$ .

O custo total de curto prazo é:

$$\begin{aligned} c_t &= \omega_1 \left( \frac{\alpha p y}{\omega_1} \right) + \omega_2 \bar{x}_2 \\ c_t &= \alpha p y + \omega_2 \bar{x}_2 \end{aligned} \quad (13)$$

O lucro máximo de curto prazo é:

$$\begin{aligned} \pi_{cp} &= p \left( \frac{\alpha p y}{\omega_1} \right)^\alpha \bar{x}_2^{1-\alpha} - \alpha p y - \omega_2 \bar{x}_2 \\ \pi_{cp} &= \bar{x}_2 \left[ p^{\alpha+1} \left( \frac{\alpha y}{\omega_1} \right)^\alpha \bar{x}_2^{-\alpha} - \omega_2 \right] - \alpha p y \\ \pi_{cp} &= \bar{x}_2 \left[ p^{\alpha+1} \left( \frac{\alpha y}{\omega_1 \bar{x}_2} \right)^\alpha - \omega_2 \right] - \alpha p y \end{aligned} \quad (14)$$

Note que o lucro ótimo será tão menor quanto maior for o preço dos insumos.

## 2.2 O longo prazo

No longo prazo todos os custos de produção são variáveis e advém unicamente das mudanças nas variáveis que compõem o processo de produção. Como não existem custos fixos, o produtor competitivo pode ajustar a sua planta de produção para obter um lucro compatível com os custos. No longo prazo o produtor competitivo está exposto a uma curva de demanda horizontal equivalente à sua receita marginal ( $Rmg$ ), isto é,  $p = Rmg$ . Além disso, no longo prazo o lucro ótimo ocorre no ponto em que a parte crescente da curva de custo marginal intercepta a curva de demanda. Para provar, note que o lucro é dado por:

$$\pi_{lp} = RT - ct \quad (15)$$

E a condição necessária para a maximização do lucro é:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_{lp}}{\partial y} &= Rmg - Cmg = 0 \\ Rmg &= Cmg \end{aligned} \quad (16)$$

Como  $RT = py$ , a condição necessária para a maximização também pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_{lp}}{\partial y} &= p - Cmg = 0 \\ p &= Cmg \end{aligned} \quad (17)$$

Das equações (16) e (17) é possível deduzir que  $p = Rmg = Cmg$ . Tomando a condição de segunda ordem na [Equação 17](#), obtém-se:

$$\begin{aligned} - \frac{\partial Cmg}{\partial y} &< 0 \\ \frac{\partial Cmg}{\partial y} &> 0 \end{aligned} \quad (18)$$

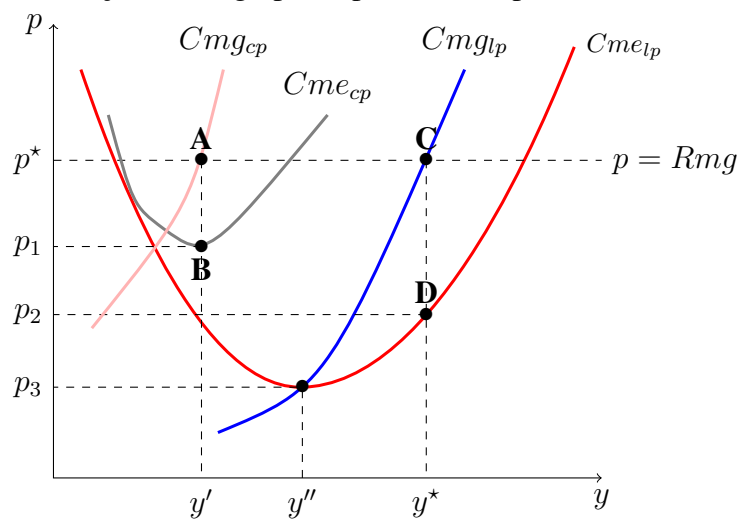
Indicando que  $p = Rmg = Cmg$  maximizará o lucro apenas se essa condição ocorrer na parte crescente da curva de custo marginal. A [Figura 4](#) demonstra detalhadamente esse processo. No curto prazo o produtor competitivo produziria no ponto  $A$ , onde  $p^* = Cmg_{cp}$  e obtém um lucro equivalente à área do retângulo  $p^*ABp_1$ . No longo prazo ele pode ajustar a sua planta de produção para produzir



no ponto  $C$ , onde  $p^* = Cmg_{lp} = Rmg$ . Nesse caso, a distância entre  $p = Cmg_{lp}$  até  $p = Cme_{lp}$  é máxima e o lucro do produtor competitivo equivale à área do retângulo  $CDp_2p^*$ .

No longo prazo, para qualquer preço acima de  $p_3$ , a diferença entre  $P^*$  e  $Cmg_{lp}$  é positiva e a firma competitiva possui lucro positivo. Atraídos por esse lucro positivo, novos produtores entrarão no mercado, deslocando a curva de oferta do mercado para a direita e reduzindo o preço de mercado do produto. Em contrapartida, quando o preço do mercado é menor do que  $p_3$ , a receita total não é suficiente para cobrir os custos e o produtor competitivo tem prejuízo. Nesse caso, muitos produtores optam por sair do mercado, o que reduz a produção total e desloca a curva de oferta do mercado para a esquerda, elevando o preço. Portanto no longo prazo o preço de equilíbrio de um mercado perfeitamente competitivo ocorre no ponto em que  $p^* = Cmg_{lp} = Rmg = Cme_{lp}$  dese que  $= Cme_{lp} = \min(Cme_{lp})$ . Nesse ponto, não existem incentivos a entrada ou a saída de produtores do mercado e o lucro da firma competitiva é nulo.

Figura 4: Produção no longo prazo para a firma perfeitamente competitiva.



No longo prazo a curva de oferta do mercado é a soma de todas as curvas individuais de oferta dos produtores competitivos e o equilíbrio de mercado depende de como os custos dos insumos reagem aos aumentos na oferta, de modo que:

- **Se os custos são constantes:** um(a) eventual aumento(queda) no preço de mercado incentiva(desincentiva) o aumento da produção e cada empresa produzirá mais(menos), de modo que, o preço mais alto(baixo) induz à entrada(saída) de produtores, o que conduz a um aumento(queda) na produção total e deslocamento da curva de oferta do mercado para a direita(esquerda) até que o preço de mercado retorne para o patamar original.
- **Se os custos são crescentes:** Um aumento no preço incentiva a entrada de novos produtores no mercado, gerando uma expansão na produção. Como os custos são crescentes, aumentos de produção pressionam os custos para cima fazendo com que o lucro nulo só possa ser factível mediante um aumento de preços. Assim, no equilíbrio de mercado o preço é maior do que o preço inicial.
- **Se os custos são decrescentes:** um aumento de preços incentiva a entrada de novos produtores no mercado, gerando uma expansão na produção. Como os custos são decrescentes em relação à produção, essa expansão na oferta reduz os custos e o lucro nulo só será factível mediante uma redução de preços. Nesse caso, no equilíbrio de mercado o preço é menor do que o preço inicial.

### 2.2.1 Aplicação em uma função de produção do tipo Cobb-Douglas

#### 1. Caso 1: Maximização do lucro

Considere a mesma economia de produção simplificada apresentada no curto prazo. Agora suponha que todos os custos são variáveis e que não existem insumos usados em proporções fixas. O lucro do produtor competitivo é:

$$\pi = py - \omega_1 x_1 - \omega_2 x_2 \quad (19)$$

Se o produtor opera com uma tecnologia do tipo Cobb-douglas, então o problema do produtor competitivo é:

$$\max \pi = py - \omega_1 x_1 - \omega_2 x_2 \quad \text{Sujeito a: } y = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} \quad (20)$$

O lagrangeano do problema é:

$$\ell = py - \omega_1 x_1 - \omega_2 x_2 + \lambda [y - x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}] \quad (21)$$

As condições de primeira ordem do problema são:

$$\frac{\partial \ell}{\partial x_1} = -\omega_1 - \lambda \alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha} = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{-\omega_1}{\alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha}} \quad (22)$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial x_2} = -\omega_2 - \lambda (1 - \alpha) x_1^\alpha x_2^{-\alpha} = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{-\omega_2}{(1 - \alpha) x_1^\alpha x_2^{-\alpha}} \quad (23)$$

$$y = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} \quad (24)$$

Fazendo (22) = (23):

$$\begin{aligned} \frac{-\omega_1}{\alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha}} &= \frac{-\omega_2}{(1 - \alpha) x_1^\alpha x_2^{-\alpha}} \\ \underbrace{\frac{\omega_1}{\omega_2}}_{\text{Razão de preços}} &= \underbrace{\frac{\alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha}}{(1 - \alpha) x_1^\alpha x_2^{-\alpha}}}_{TMST} \end{aligned} \quad (25)$$

A Equação 25 mostra a condição de otimalidade na produção, ponto em que a inclinação da isoquanta de produção (TMST) é igual à inclinação da linha de isocusto (razão entre os preços dos insumos). Rearranjando os termos:

$$\begin{aligned} \frac{\omega_1}{\omega_2} &= \frac{\alpha x_2}{(1 - \alpha) x_1} \\ x_2 &= \frac{(1 - \alpha) \omega_1 x_1}{\alpha \omega_2} \end{aligned} \quad (26)$$

Substituindo na Equação 24:

$$\begin{aligned}
y &= x_1^\alpha \left( \frac{(1-\alpha)\omega_1 x_1}{\alpha\omega_2} \right)^{1-\alpha} \\
y &= x_1 \left( \frac{(1-\alpha)\omega_1}{\alpha\omega_2} \right)^{1-\alpha} \\
x_1 &= y \left( \frac{\alpha\omega_2}{(1-\alpha)\omega_1} \right)^{1-\alpha}
\end{aligned} \tag{27}$$

Substituindo na [Equação 26](#):

$$\begin{aligned}
x_2 &= \left( \frac{(1-\alpha)\omega_1}{\alpha\omega_2} \right) y \left( \frac{\alpha\omega_2}{(1-\alpha)\omega_1} \right)^{1-\alpha} \\
x_2 &= y \left( \frac{(1-\alpha)\omega_1}{\alpha\omega_2} \right) \left( \frac{(1-\alpha)\omega_1}{\alpha\omega_2} \right)^{\alpha-1} \\
x_2 &= y \left( \frac{(1-\alpha)\omega_1}{\alpha\omega_2} \right)^\alpha
\end{aligned} \tag{28}$$

Portanto, se o produtor visa a maximização de lucro no longo prazo em um mercado perfeitamente competitivo, ele deve escolher a seguinte combinação de insumos:

$$(x_1, x_2) = \left( y \left( \frac{\alpha\omega_2}{(1-\alpha)\omega_1} \right)^{1-\alpha}, \quad y \left( \frac{(1-\alpha)\omega_1}{\alpha\omega_2} \right)^\alpha \right) \tag{29}$$

Note que a demanda por cada insumo varia positivamente com a produção, inversamente com o seu preço e diretamente com o preço dos demais insumos.

Para encontrar o lucro máximo, basta substituir as demandas ótimas expressas na [Equação 29](#) na função objetivo do problema expresso na [Equação 20](#):

$$\begin{aligned}
\pi &= py - \omega_1 y \left( \frac{\alpha\omega_2}{(1-\alpha)\omega_1} \right)^{1-\alpha} - \omega_2 y \left( \frac{(1-\alpha)\omega_1}{\alpha\omega_2} \right)^\alpha \\
\pi &= y \left[ p - \omega_1 \left( \frac{\alpha\omega_2}{(1-\alpha)\omega_1} \right)^{1-\alpha} - \omega_2 \left( \frac{(1-\alpha)\omega_1}{\alpha\omega_2} \right)^\alpha \right] \\
\pi &= y \left[ p - \omega_1^\alpha \omega_2^{1-\alpha} \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} - \omega_2^{1-\alpha} \omega_1^\alpha \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^\alpha \right] \\
\pi &= y \left[ p - \omega_1^\alpha \omega_2^{1-\alpha} \left[ \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} + \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^\alpha \right] \right] \\
\pi &= y \left[ p - \omega_1^\alpha \omega_2^{1-\alpha} \left[ \frac{\alpha^\alpha \alpha^{1-\alpha} + (1-\alpha)^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha}}{\alpha^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha}} \right] \right] \\
\pi &= y \left[ p - \omega_1^\alpha \omega_2^{1-\alpha} \left[ \frac{\alpha + 1 - \alpha}{\alpha^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha}} \right] \right] \\
\pi &= y \left[ p - \omega_1^\alpha \omega_2^{1-\alpha} \left[ \frac{1}{\alpha^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha}} \right] \right] \\
\pi &= y \left[ p - \left( \frac{\omega_1}{\alpha} \right)^\alpha \left( \frac{\omega_2}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} \right]
\end{aligned} \tag{30}$$

A [Equação 30](#) é conhecida como função lucro e mostra o lucro máximo do produtor competitivo no longo prazo decorrente da escolha ótima de insumos exposta na [Equação 29](#). Note que o lucro máximo é tão maior quanto maior for o preço e a produção, ao passo que é tão menor quanto maior for o preço dos insumos.

## 2. Caso 2: Minimização dos custos

Caso o produtor competitivo vise minimizar os custos, o seu problema de otimização passa a ser:

$$\min \omega_1 x_1 + \omega_2 x_2 \quad \text{Sujeito a} \quad y = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} \quad (31)$$

O Lagrangeano do problema é:

$$\ell = \omega_1 x_1 + \omega_2 x_2 + \lambda[y - x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}] \quad (32)$$

Tomando as condições de primeira ordem é fácil provar que as demandas ótimas são as mesmas verificadas para o problema de maximização do lucro. Para encontrar o custo mínimo, basta substituir as demandas ótimas na equação objetivo do problema.

$$\begin{aligned} CT &= \omega_1 y \left( \frac{\alpha \omega_2}{(1-\alpha)\omega_1} \right)^{1-\alpha} + \omega_2 y \left( \frac{(1-\alpha)\omega_1}{\alpha \omega_2} \right)^\alpha \\ CT &= y \left[ \omega_1 \left( \frac{\alpha \omega_2}{(1-\alpha)\omega_1} \right)^{1-\alpha} + \omega_2 \left( \frac{(1-\alpha)\omega_1}{\alpha \omega_2} \right)^\alpha \right] \\ CT &= y \left[ \omega_1^\alpha \omega_2^{1-\alpha} \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} + \omega_1^\alpha \omega_2^{1-\alpha} \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^\alpha \right] \\ CT &= y \omega_1^\alpha \omega_2^{1-\alpha} \left[ \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} + \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^\alpha \right] \\ CT &= y \omega_1^\alpha \omega_2^{1-\alpha} \left[ \frac{1}{\alpha^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha}} \right] \\ CT &= y \left( \frac{\omega_1}{\alpha} \right)^\alpha \left( \frac{\omega_2}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} \end{aligned} \quad (33)$$

A [Equação 33](#) é conhecida como função custo e mostra o custo mínimo do produtor competitivo no longo prazo caso ele opte pela escolha ótima de insumos. Note que o custo mínimo será tão maior quanto maior for a produção e o preço dos insumos.

### 3 Monopólio puro

Diz-se que um mercado opera em uma estrutura de monopólio puro caso exista apenas um produtor em um mercado bem definido. Ao contrário de um mercado perfeitamente competitivo, no monopólio puro existem barreiras a entrada que limitam o número de produtores à unidade. Como não há concorrência, o monopolista (nome dado ao produtor desse mercado) possui um determinado nível de poder sobre o preço. Dado que existe apenas um único produtor, a curva de oferta do monopolista é a própria curva de oferta do mercado. Já a curva de demanda do mercado é a soma de todas as demandas individuais pela produção do monopolista. Em resumo, um mercado opera em uma estrutura de monopólio puro caso as seguintes características sejam verificadas:

1. Há apenas um único produtor.
2. Existem barreiras a entrada.
3. O produtor possui algum nível de poder sobre o preço.

Assim como o produtor competitivo, o monopolista busca maximizar o lucro dado pela diferença entre a receita total e o custo total. O monopolista, no entanto, possui uma restrição que está associada à demanda de mercado pelo seu produto. Assim, seja  $p$  o preço de mercado do produto  $y$  produzido pelo monopolista, seja  $c(y)$  o custo total na forma de uma função da produção e seja  $f(y)$  a função demanda inversa do mercado, então o problema do monopolista pode ser escrito como:

$$\max \pi = py - c(y) \quad \text{Sujeito a} \quad f(y) \geq p \quad (34)$$

Se a restrição é atendida na igualdade, então a função objetivo do problema pode ser reescrita como:

$$\pi = f(y)y - c(y) \quad (35)$$

Tomando a condição de primeira ordem para a maximização do lucro:

$$\begin{aligned} f(y) + yf'(y) - c'(y) &= 0 \\ f(y) + yf'(y) &= c'(y) \end{aligned} \quad (36)$$

Em que  $f(y) + yf'(y)$  é a receita marginal e  $c'(y)$  é o custo marginal. A [Equação 36](#) mostra que a condição necessária para a maximização do lucro do monopolista requer que a sua receita marginal seja igual ao seu custo marginal. Já a condição suficiente para a maximização estabelece que:

$$\begin{aligned} f'(y) + f'(y) + yf''(y) &< c''(y) \\ 2f'(y) + yf''(y) &< c''(y) \end{aligned} \quad (37)$$

Essa condição estabelece que o lucro estará sendo maximizado caso a inclinação da curva de receita marginal seja menor do que a inclinação da curva de custo marginal.

Rearranjando a equação da receita marginal do lado esquerdo da [Equação 36](#):

$$\begin{aligned} Rmg &= f(y) + yf'(y) \quad \text{com} \quad f(y) = p \text{ e } f'(y) = \partial p / \partial y \\ Rmg &= f(y) \left[ 1 + \frac{yf'(y)}{f(y)} \right] \\ Rmg &= f(y) \left[ 1 + \frac{yf'(y)}{f(y)} \right] / p \\ Rmg &= f(y) \left[ 1 + \frac{y}{p} \frac{\partial p}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad (38)$$

Note que o segundo termo em colchetes é o inverso da elasticidade-preço da demanda. Reorganizando a equação anterior considerando  $\epsilon = \frac{\partial y}{\partial p} * \frac{p}{y} < 0$ :

$$\begin{aligned} Rmg &= f(y) \left[ 1 - \frac{1}{\epsilon} \right] \\ Rmg &= p \left[ 1 - \frac{1}{\epsilon} \right] \end{aligned} \quad (39)$$

Como  $Rmg = Cmg$ , então:

$$Cmg = p \left[ 1 - \frac{1}{\epsilon} \right] \quad (40)$$

Essa condição mostra que nos mercados em monopólio o preço já não é mais igual ao custo marginal como ocorre nos mercados perfeitamente competitivos. Quando há apenas um único produtor, o monopolista cobra um preço superior ao custo marginal de produção de tal modo que o gap entre o preço e o custo marginal é  $1/|\epsilon|$ .

Como tanto o preço quanto o custo marginal são positivos, segue-se que  $1 - 1/\epsilon$  também deve ser positivo, o que implica em:

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{\epsilon} &> 0 \\ \frac{1}{\epsilon} &< 1 \\ \epsilon &> 1 \end{aligned} \quad (41)$$

Essa condição mostra que o monopolista sempre opera na parte elástica da curva de demanda. Reorganizando a [Equação 40](#):

$$\begin{aligned} Cmg &= p - \frac{p}{\epsilon} \\ p - Cmg &= \frac{p}{\epsilon} \\ \frac{p - Cmg}{p} &= \frac{1}{\epsilon} \end{aligned} \quad (42)$$

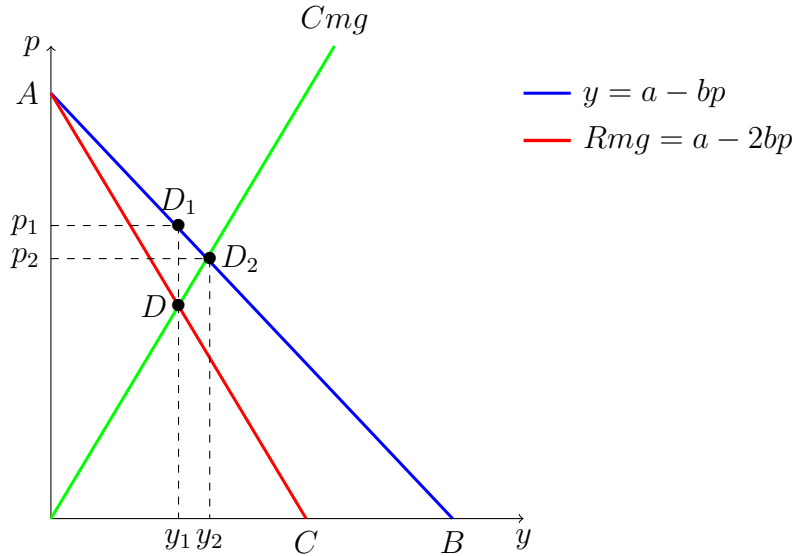
O lado direito da [Equação 41](#) mostra o quanto o preço do monopolista supera o preço do produtor competitivo como uma porcentagem do preço do produtor competitivo. Essa porcentagem é conhecida como *markup* e é igual ao negativo do inverso da elasticidade-preço da demanda. Note que, se  $-\epsilon$  tende ao infinito o *markup* tende a zero e a diferença entre o preço e o custo marginal é nula, fazendo com que o monopolista fixe um preço “justo” e produza uma quantidade socialmente adequada. No entanto, se  $-\epsilon$  tende a zero o *markup* tende ao infinito e o preço do monopolista estará infinitamente distante do preço do produtor competitivo. Como o monopolista sempre opera na parte elástica da curva de demanda, então  $\epsilon \rightarrow 0$  não se aplica e o *markup* nunca será tão grande ao ponto de o preço do monopolista superar o preço do produtor competitivo em uma proporção infinitamente grande.

Para demonstrar a diferença básica entre o monopólio e a concorrência perfeita, considere que a demanda é linear, tal que  $p = a + by$  com  $a > 0$  e  $b < 0$ . Na Figura a seguir, a curva de demanda é o segmento AB e a receita marginal é o segmento AC. O monopolista produzirá  $y_1$  unidades (ponto em que  $Rmg = Cmg$ ) a um preço  $p_1$ , atendendo a parcela da demanda representada pelo segmento AD1. O lucro do monopolista é a área do retângulo  $0p_1D_1y_1$  que se localiza acima da curva de custo marginal. Já o excedente do consumidor é a área do retângulo  $Ap_1D_1$ .

A firma competitiva, por sua vez, produzirá uma quantidade equivalente a  $y_2$  a um preço  $p_2$  que satisfaz a condição de que  $p = Cmg = Rmg$ . Nesse caso, o excedente do consumidor é dado pela área do triângulo  $Ap_2D_2$ . Note que o monopolista produz uma quantidade menor a um preço

maior, atendendo uma fração menor da demanda e gerando um menor excedente do consumidor. Essa propriedade conduz à constatação de que o monopolista é socialmente ineficiente quando comparado com o mercado perfeitamente competitivo.

Figura 5: Diferença entre mercados em monopólio e mercados em concorrência perfeita.



### 3.1 Produção em múltiplas plantas

O monopolista pode segmentar a sua planta de produção em múltiplas plantas. Para demonstrar, considere por simplicidade que o monopolista produz em duas plantas de produção, de modo que na planta 1 ele produz uma quantidade  $y_1$  com uma função custo total  $c_1(y_1)$  e na planta 2 ele produz um montante  $y_2$  com um custo total  $c_2(y_2)$ . A receita total do monopolista é  $R(y)$  e consiste na soma da receita total de todas as suas plantas de produção. O problema do monopolista que produz em múltiplas plantas é escolher um nível de produção em cada planta que maximize o seu lucro total dado por:

$$\pi = R(y) - c_1(y_1) - c_2(y_2) \quad (43)$$

Em que  $y = y_1 + y_2$  e  $R(y) = p(y)y$ , sendo  $p(y)$  a função demanda inversa. As condições necessárias para a maximização do lucro são:

$$\frac{\partial R(y)}{\partial y} * \underbrace{\frac{\partial y}{\partial y_1}}_1 - \frac{\partial c_1(y_1)}{\partial y_1} - \underbrace{\frac{\partial c_2(y_2)}{\partial y_1}}_0 = 0 \quad (44)$$

$$\frac{\partial R(y)}{\partial y} * \underbrace{\frac{\partial y}{\partial y_2}}_1 - \underbrace{\frac{\partial c_1(y_1)}{\partial y_2}}_0 - \frac{\partial c_2(y_2)}{\partial y_2} * \underbrace{\frac{\partial y_2}{\partial y_2}}_1 = 0 \quad (45)$$

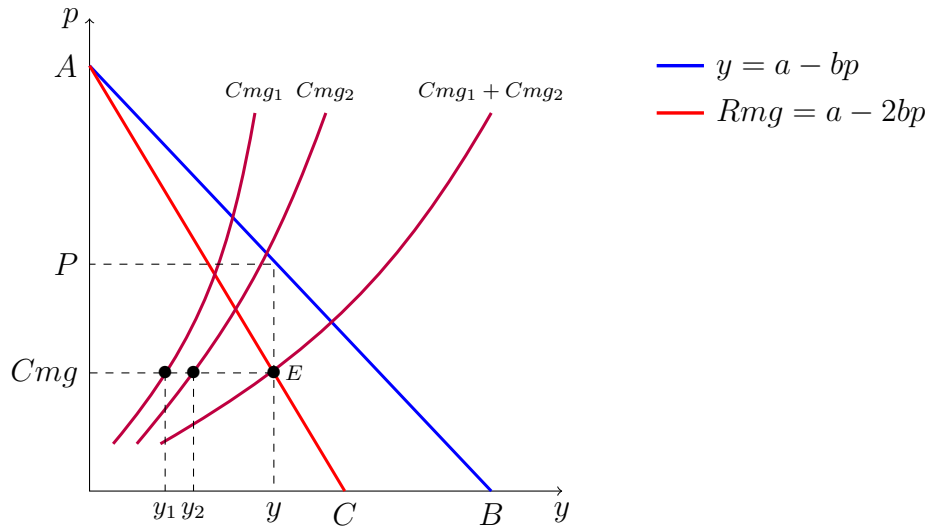
Fazendo (44) = (45), obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial c_1(y_1)}{\partial y_1} &= \frac{\partial R(y)}{\partial y} - \frac{\partial c_2(y_2)}{\partial y_2} \\ \frac{\partial c_1(y_1)}{\partial y_1} &= \frac{\partial c_2(y_2)}{\partial y_2} \end{aligned} \quad (46)$$

Essa condição mostra que o monopolista ajustará os níveis de produção de modo a igualar os custos marginais de produção nas duas plantas. A Figura a seguir mostra os detalhes dessa condição.

$Cmg_1$  e  $Cmg_2$  são os custos marginais de produção nas plantas 1 e 2, respectivamente. No ponto em que  $Cmg_1 = Cmg_2$  o monopolista produz  $y = y_1 + y_2$  unidades, de tal modo que nesse ponto a receita marginal ( $Rmg$ ) é igual ao custo marginal total ( $Cmg$ ). Aplicando esse mesmo princípio para  $n$  plantas, conclui-se que o monopolista racional escolhe um nível de produção pelo qual o custo marginal de produção seja o mesmo para as  $n$  plantas.

Figura 6: Comportamento do monopolista que produz em múltiplas plantas.



### 3.2 Discriminação de preços

Como o monopolista é capaz de estabelecer um preço acima do seu custo marginal, existe a possibilidade de que ele cobre diferentes preços para consumidores distintos por diferentes quantidades adquiridas do mesmo produto. O monopolista com esse comportamento é conhecido como discriminador de preços. Para demonstrar, considere que o monopolista consegue segregar o seu mercado em  $n$  mercados distintos, cujas funções de demanda inversa são  $p_1(y_1), p_2(y_2), \dots, p_n(y_n)$ . Seja  $R_i(y_i)$   $i$ -ésimo mercado e seja  $c(y)$  a função custo total de produção, então o objetivo do monopolista discriminador de preços é maximizar o lucro dado por:

$$\pi = R_1(y_1) + R_2(y_2) + \dots + R_n(y_n) - c(y) \quad (47)$$

As condições necessárias para a maximização do lucro são:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi}{\partial y_1} &= \frac{\partial R_1(y_1)}{\partial y_1} - \frac{\partial c(y)}{\partial y} * \underbrace{\frac{\partial y}{\partial y_1}}_1 = 0 \\ \frac{\partial \pi}{\partial y_2} &= \frac{\partial R_2(y_2)}{\partial y_2} - \frac{\partial c(y)}{\partial y} * \underbrace{\frac{\partial y}{\partial y_2}}_1 = 0 \\ &\vdots \\ \frac{\partial \pi}{\partial y_n} &= \frac{\partial R_n(y_n)}{\partial y_n} - \frac{\partial c(y)}{\partial y} * \underbrace{\frac{\partial y}{\partial y_n}}_1 = 0 \end{aligned} \quad (48)$$

Rearranjando as condições de primeira ordem, obtém-se que o monopolista otimizador irá ajustar a sua produção de modo a obter:



$$Rmg_i(y_i) = Cmg \quad (49)$$

Isto é, a receita marginal do  $i$ -ésimo mercado deve ser igual ao custo marginal total de produção. Reescrevendo as condições de primeira ordem:

$$\begin{aligned} Rmg_1 - Cmg &= 0 \\ Rmg_2 - Cmg &= 0 \\ \vdots & \\ Rmg_n - Cmg &= 0 \end{aligned} \quad (50)$$

Tomando a igualdade nessas condições de primeira ordem obtém-se que:

$$Rmg_i = Rmg_j \quad \text{com } i = 1, 2, \dots \quad \text{e } j \neq i \quad (51)$$

O que indica que o monopolista discriminador de preços irá escolher um nível de produção capaz de igualar as receitas marginais de produção dos  $n$  mercados.

Para encontrar o preço que o monopolista discriminador de preços aplicará em cada mercado, considere  $p_i(y_i)$  como sendo a função demanda inversa de cada  $i$ -ésimo mercado e deixe  $c(y)$  representar a função custo total com  $y = y_1 + y_2 + \dots + y_n$ . O lucro do monopolista é:

$$\pi = p_1(y_1)y_1 + p_2(y_2)y_2 + \dots + p_n(y_n)y_n - c(y) \quad (52)$$

A condição de primeira ordem para a maximização do lucro no  $i$ -ésimo mercado é:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi}{\partial y_i} &= \frac{\partial p_i(y_i)}{\partial y_i} * y_i + p_i(y_i) - \underbrace{\frac{\partial c(y)}{\partial y}}_{Cmg} * \underbrace{\frac{\partial y}{\partial y_i}}_1 = 0 \\ p_i(y_i) \left[ 1 + \underbrace{\frac{\partial p_i(y_i)}{\partial y_i} * \frac{y_i}{p_i(y_i)}}_{1/\epsilon_i} \right] &= Cmg \\ Cmg &= p_i(y_i) \left[ 1 - \frac{1}{|\epsilon_i|} \right] \\ Cmg &= p_i(y_i) \left[ \frac{|\epsilon_i| - 1}{|\epsilon_i|} \right] \end{aligned} \quad (53)$$

Como  $|\epsilon_i| > 1$ , então o preço do monopolista em cada mercado é superior ao seu custo marginal de produção. Da [Equação 53](#) obtém-se que:

$$p_1(y_1) \left[ \frac{|\epsilon_1| - 1}{|\epsilon_1|} \right] = p_2(y_2) \left[ \frac{|\epsilon_2| - 1}{|\epsilon_2|} \right] = \dots = p_n(y_n) \left[ \frac{|\epsilon_n| - 1}{|\epsilon_n|} \right] \quad (54)$$

O que demonstra que se  $|\epsilon_j| > |\epsilon_i|$ , então o preço do mercado  $i$  será superior ao preço do mercado  $j$  para que a igualdade expressa em (24) seja verdadeira, isto é, o segmento de mercado com a menor elasticidade-preço da demanda terá o maior preço quando comparado com o mercado com maior elasticidade-preço da demanda.

**Exemplo:**

Considere um monopolista que segmenta a sua produção em dois mercados, o mercado 1 e o mercado 2. Suponha que no mercado 1 a demanda é  $P_1 = 10 - 2y$  enquanto no mercado 2 a demanda é  $p_2 = 8 - 0.5y$ . Se o custo total de produção é  $CT = 5y^2$ , encontre os preços e as quantidades ofertadas pelo monopolista e o *markup* em cada mercado.

**Resposta:**

A receita total em cada mercado é  $RT_1 = 10y - 2y^2$  e  $RT_2 = 8y - 0.5y^2$ . As receitas marginais são  $Rmg_1 = 10 - 4y$  e  $Rmg_2 = 8 - y$ . O custo marginal é  $Cmg = 10y$ .

Fazendo  $Rmg_i = Cmg$ , obtém-se:

$$y - 4y = 10y \Rightarrow y_1 \approx 0.71$$

$$8 - y = 10y \Rightarrow y_2 \approx 0.73$$

O preço no mercado 1 é  $10 - 2 * 0.71 \approx 8.58$  e o preço no mercado 2 é  $8 - 0.5 * 0.73 \approx 7.64$ .

O *markup* no mercado 1 é:

$$\epsilon_1 = \frac{8.58 - 10 * 0.71}{8.58} \approx 0.17 \text{ ou } 17\%$$

O *markup* no mercado 2 é:

$$\epsilon_2 = \frac{7.64 - 10 * 0.73}{7.64} \approx 0.045 \text{ ou } 4.5\%$$

Em vez de segmentar a sua produção para atender parcelas diferenciadas da demanda em cada submercado, o monopolista pode discriminar o preço cobrando um valor diferente para cada consumidor. Esse caso é conhecido como discriminação perfeita ou discriminação de primeiro grau. Para demonstrar, considere que a arbitragem não seja possível e que o monopolista conhece o máximo valor que cada consumidor está disposto a pagar pelo seu produto. Nesse caso, o lucro do monopolista é:

$$\pi = \int p(y)dy - c(y) \quad (55)$$

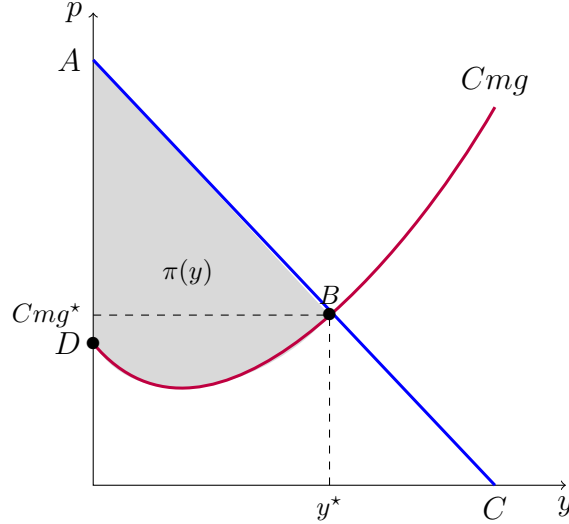
Em que  $\int p(y)dy$  é a receita total do monopolista perfeitamente discriminador. A condição necessária para a maximização do lucro é:

$$p(y) = Cmg(y) \quad (56)$$

O que demonstra que o monopolista perfeitamente discriminador irá ajustar a sua produção até o ponto em que o preço do produto seja igual ao seu custo marginal de produção. Note que essa condição é semelhante àquela observada para o mercado perfeitamente competitivo. Essa condição permite concluir que de acordo com o ponto de vista da eficiência de mercado, o monopólio perfeitamente discriminador é preferível aos demais tipos de monopólio, uma vez que o monopolista perfeitamente discriminador produz no ponto socialmente ótimo que só é observado em mercados perfeitamente competitivos.

No entanto, na discriminação perfeita de preços o excedente do consumidor é nulo, uma vez que cada consumidor está pagando o máximo que se dispõe a pagar. Assim, o lucro do monopolista perfeitamente discriminador é dado por toda área abaixo da curva de demanda e acima da curva de custo marginal, assim como demonstrado na área destacada da figura a seguir.

Figura 7: Lucro do monopolista perfeitamente discriminador.



## 4 Concorrência monopolística

A concorrência monopolística é uma estrutura de mercado que se caracteriza por possuir um grande número de produtores produzindo produtos de alta similaridade. Nessa estrutura de mercado cada produtor possui o monopólio do seu próprio produto (ou marca), sem que existam barreiras a entrada ou a saída de produtores no mercado. Em tese, a concorrência monopolística se assemelha ao mercado perfeitamente competitivo, com a diferença de que na concorrência monopolística os produtos são diferenciados, embora sejam bastante similares, de maneira que cada produtor detém um poder de monopólio sobre o seu produto em específico.

Apesar de ser o monopolista do seu próprio produto, a firma de um mercado em concorrência monopolística precisa concorrer com as demais firmas com a finalidade de atender uma maior proporção da demanda do mercado. Essa condição resulta no fato de que a curva de demanda do monopolista competitivo depende não somente do seu nível de produção, mas também do nível de produção dos demais produtores.

Como esse mercado possui características da concorrência perfeita e o monopolista é competitivo, o produtor possui diferentes comportamentos a depender do estágio em que se encontra a sua planta de produção.

### 4.1 O curto prazo

Para demonstrar, considere  $i = 1, 2, \dots, n$  como sendo a indexação dos produtores e deixe  $p_i$  representar o preço do  $i$ -ésimo monopolista competitivo. Deixe  $y_i$  representar a produção da  $i$ -ésima firma e  $Y_j = \sum_{j=1}^n j_j$  com  $j \neq i$  representar a produção total das demais firmas no mercado de concorrência monopolística. Nesse caso, a função demanda inversa da  $i$ -ésima firma é:

$$p_i = f(y_i, Y_j) \quad \text{com} \quad \frac{\partial p_i}{\partial y_i} < 0 \quad (57)$$

No curto prazo, o monopolista competitivo possui custos fixos  $cf$  e custos variáveis  $cv(y_i)$  de modo que o seu custo total de produção de curto prazo é:

$$ct_i^{cp} = cf_i + cv_i(y_i) \quad (58)$$

O objetivo do  $i$ -ésimo monopolista competitivo é maximizar o lucro dado por:

$$\pi_i = f(y_i, Y_j)y_i - ct_i^{cp} \quad (59)$$

Assuma que  $\partial Y_j / \partial y_i = 0 \ \forall \ j \neq i$ , isto é, considere que as decisões de produção do  $i$ -ésimo produtor não possuem quaisquer efeitos sobre a produção das demais firmas. Nesse caso, a condição necessária para a maximização do lucro no curto prazo é:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial y_i} = \underbrace{\frac{\partial f(y_i, Y_j)}{\partial y_i} * y_i + f(y_i, Y_j)}_{Rmg_i} - \underbrace{\frac{\partial ct_i^{cp}}{\partial y_i}}_{Cmg_i^{cp}} = 0 \quad (60)$$

$$Rmg_i = Cmg_i$$

O que demonstra que o lucro do  $i$ -ésimo produtor será maximizado no curto prazo caso a sua receita marginal seja equivalente ao seu custo marginal de curto prazo. A condição suficiente para a maximização do lucro é:

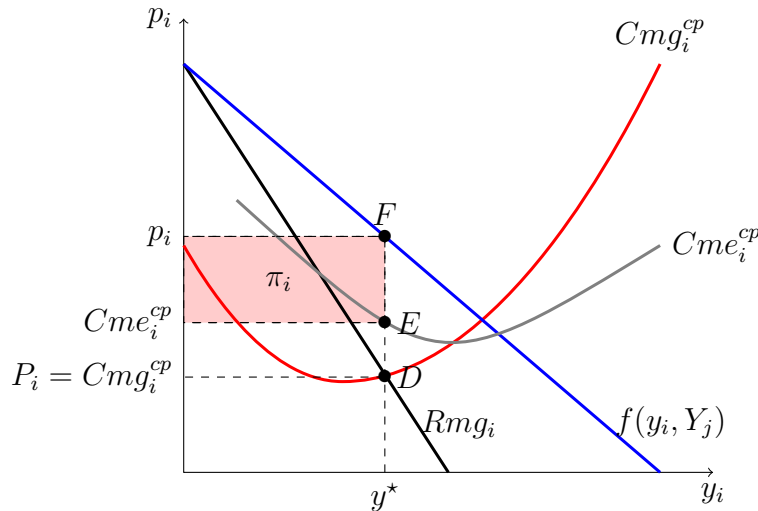
$$\frac{\partial^2 \pi}{\partial y_i^2} = \frac{\partial Rmg_i}{\partial y_i} - \frac{\partial Cmg_i^{cp}}{\partial y_i} < 0$$

$$\frac{\partial Rmg_i}{\partial y_i} < \frac{\partial Cmg_i^{cp}}{\partial y_i} \quad (61)$$

O que demonstra que no curto prazo o lucro do monopolista competitivo será maximizado caso a inclinação da curva de receita marginal seja menor do que a inclinação da curva de custo marginal de curto prazo. O equilíbrio do mercado ocorrerá quando todas as  $n$  firmas tiverem o comportamento otimizador da firma  $i$ . Em outras palavras, em um mercado de concorrência monopolística no curto prazo o equilíbrio ocorre caso as condições expressas em (60) e (61) sejam satisfeitas.

A figura a seguir demonstra as condições de equilíbrio em um mercado de concorrência monopolística para o  $i$ -ésimo produtor. Na figura,  $AB$  é a curva de demanda linear enquanto  $AC$  é a receita marginal. A produção ótima ( $y^*$ ) ocorre no ponto em que  $Rmg_i = Cmg_i^{cp}$  representado por  $D$ . O lucro da firma é a área do retângulo  $p_i F E C m e_i^{cp}$ .

Figura 8: Lucro em um mercado de concorrência monopolística no curto prazo.



## 4.2 O longo prazo

No longo prazo o  $i$ -ésimo monopolista competitivo passa a possuir apenas custos variáveis e o custo total de longo prazo é  $f(y_i)$ . Como não existem barreiras a entrada, lucros positivos implicarão na entrada de novos produtores e na expansão da produção, pressionando os preços e o lucro para baixo.

Analogamente, lucros negativos forçarão a saída de alguns produtores do mercado, pressionando o preço e os lucros para cima. Assim, no longo prazo os monopolistas competitivos operam com lucro zero. Em outras palavras, no longo prazo os produtores produzirão uma quantidade  $y_i^*$  a um preço de equilíbrio  $p_i^*$  de modo que o lucro de cada produtor é:

$$\pi_i = p_i^* y_i^* - f(y_i^*) = 0 \quad (62)$$

Rearranjando o lucro nulo obtém-se que:

$$\begin{aligned} p_i^* y_i^* &= f(y_i^*) \\ p_i^* &= \frac{f(y_i^*)}{y_i^*} \\ p_i^* &= Cme_i(y_i^*) \end{aligned} \quad (63)$$

O que indica que cada uma das firmas do mercado produzirá no ponto em que o seu preço seja equivalente ao custo médio de longo prazo. Essa condição também mostra que se cada produtor tem um comportamento otimizador, a produção de longo prazo do mercado ocorre no ponto em que a curva de custo médio de longo prazo do mercado tangencia a curva de demanda.

Considerando uma demanda linear  $y_i^* = a - bf(y_i^*, Y_j)$ , o lucro pode ser reescrito como:

$$\pi_i = (a - bf(y_i^*, Y_j))y_i^* - f(y_i^*) \quad (64)$$

A condição necessária para a maximização é:

$$\begin{aligned} \underbrace{a - bf(y_i^*, Y_j)}_{p_i^*} - y_i^* bf'(y_i^*, Y_j) - Cmg_i &= 0 \\ p_i^* &= Cmg_i + y_i^* bf'(y_i^*, Y_j) \end{aligned} \quad (65)$$

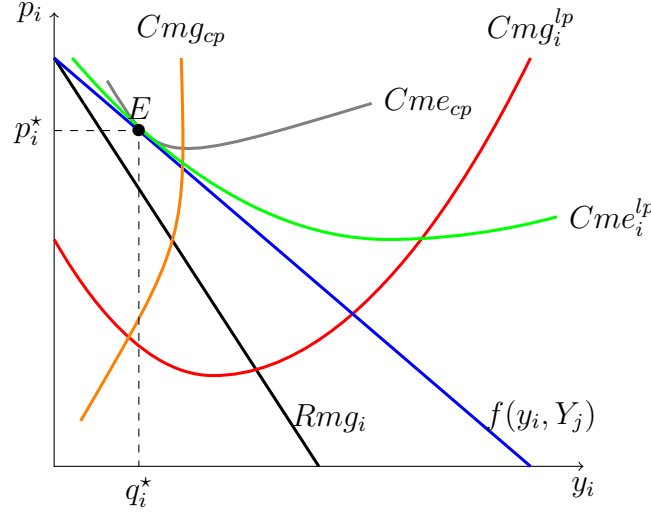
Note que agora o preço é superior ao custo marginal, refletindo o fato de que o monopolista competitivo possui poder de mercado sobre a sua marca e aplica um *markup* sobre o preço do seu produto. Substituindo a [Equação 63](#) na [Equação 65](#):

$$Cme_i(y_i^*) = Cmg_i + y_i^* bf'(y_i^*, Y_j) \quad (66)$$

O que demonstra que na concorrência monopolística o custo médio é maior do que o custo marginal no longo prazo. Pela definição de custo médio ótimo apresentado na [Página 5](#), quando o custo médio supera o custo marginal, então a curva de custo médio encontra-se na sua parte decrescente, indicando que o custo médio não está em seu ponto de mínimo e poderia ser minimizado com um acréscimo na produção.

A figura a seguir demonstra essa propriedade. Note que a produção ótima ocorre em um ponto que o custo médio de longo prazo não é minimizado (ponto  $E$ ), o que resulta em um excesso de capacidade produtiva em relação ao mercado perfeitamente competitivo. Nesse caso, existe um excedente do consumidor daod pela área do triângulo  $AEP_i^*$ . Essa condição mostra que a concorrência monopolística é mais socialmente eficiente do que o monopólio puro com discriminação perfeita de preços.

Figura 9: Produção em um mercado de concorrência monopolística no longo prazo.



## 5 Oligopólio

O oligopólio é uma estrutura de mercado caracterizada pelo baixo número de produtores e pela elevada interdependência entre as firmas, de modo que as decisões de produção de uma firma específica podem interferir na tomada de decisão das demais empresas. Nessa estrutura de mercado as firmas podem produzir produtos semelhantes ou diferenciados, de modo que, se os produtos de firmas distintas são idênticos, eles devem ser vendidos pelo mesmo preço. Outra característica do oligopólio é que nessa estrutura de mercado existem barreiras a entrada e a saída de produtores na indústria.

No oligopólio, o preço que os consumidores estão dispostos a pagar depende da oferta agregada. Para demonstrar, considere um duopólio (oligopólio composto por dois produtores). Seja  $y_1$  a produção da firma 1,  $y_2$  a produção da firma 2 e  $y = y_1 + y_2$  a oferta agregada, o preço de mercado do duopólio é dado por:

$$p = f(y) = f(y_1 + y_2) \quad \text{com} \quad \frac{\partial p}{\partial y_i} < 0 \quad (67)$$

O objetivo das firmas no duopólio é maximizar o lucro ( $\pi$ ). Seja  $c_1(y_1)$  a função custo total da firma 1 e  $c_2(y_2)$  a função custo total da firma 2, então o problema de maximização de cada firma é:

$$\begin{aligned} \max \pi_1 &= f(y_1 + y_2)y_1 - c_1(y_1) \\ \max \pi_2 &= f(y_1 + y_2)y_2 - c_2(y_2) \end{aligned} \quad (68)$$

As condições necessárias para a maximização do lucro das firmas 1 e 2 são, respectivamente:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial y_1} = f(y_1 + y_2) + \frac{\partial f(y_1 + y_2)}{\partial y_1} * y_1 + \frac{\partial f(y_1 + y_2)}{\partial y_2} * \frac{\partial y_2}{\partial y_1} * y_1 - \frac{\partial c_1(y_1)}{\partial y_1} = 0 \quad (69)$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial y_2} = f(y_1 + y_2) + \frac{\partial f(y_1 + y_2)}{\partial y_2} * y_2 + \frac{\partial f(y_1 + y_2)}{\partial y_1} * \frac{\partial y_1}{\partial y_2} * y_2 - \frac{\partial c_2(y_2)}{\partial y_2} = 0 \quad (70)$$

Que podem ser reescritas como:

$$\begin{aligned} Rm g_1(y_1 + y_2) + \frac{\partial f(y_1 + y_2)}{\partial y_2} * \frac{\partial y_2}{\partial y_1} * y_1 - Cmg_1(y_1) &= 0 \\ Rm g_2(y_1 + y_2) + \frac{\partial f(y_1 + y_2)}{\partial y_1} * \frac{\partial y_1}{\partial y_2} * y_2 - Cmg_2(y_2) &= 0 \end{aligned} \quad (71)$$

Em que  $\partial y_2/\partial y_1$  e  $\partial y_1/\partial y_2$  são as conjecturas que as firmas fazem em relação ao seu competidor. A partir das condições apresentadas na [Equação 71](#) é possível notar que o equilíbrio em um oligopólio não é único e depende fundamentalmente dessas conjecturas, de modo que, se as firmas se comportam de maneira independente com  $\partial y_2/\partial y_1 = \partial y_1/\partial y_2 = 0$ , o equilíbrio resultante difere daquele encontrado quando as firmas operam de maneira cooperativa.

## 5.1 A solução de Cournot

Uma solução simplificada para a ausência de unicidade no equilíbrio em um mercado oligopolista é a estratégia de Cournot. Essa estratégia consiste em supor que o oligopolista admite que a oferta do seu oponente é fixa, tornando  $\partial y_2/\partial y_1 = \partial y_1/\partial y_2 = 0$ , de modo que as condições de primeira ordem para a maximização do lucro passam a ser:

$$Rmg_1(y_1 + y_2) = Cmg_1(y_1) \quad (72)$$

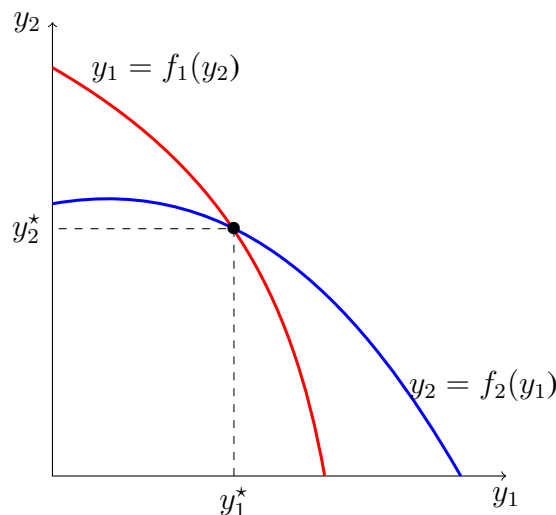
$$Rmg_2(y_1 + y_2) = Cmg_2(y_2) \quad (73)$$

De modo que cada produtor atua como um monopolista individual. Diante da estratégia de Cournot, as condições necessárias para a maximização do lucro podem ser reescritas como funções de reação de cada firma em relação à produção efetiva do seu oponente, sendo:

$$\begin{aligned} y_1 &= f_1(y_2) \\ y_2 &= f_2(y_1) \end{aligned} \quad (74)$$

O equilíbrio ocorrerá de acordo com a resolução do sistema formado por essas equações de reação, conforme demonstrado no ponto  $E$  da figura a seguir:

Figura 10: Equilíbrio na solução de Cournot em um duopólio.



**Exemplo:**

Considere um duopólio onde os produtores enfrentam uma curva de demanda  $p = 50 - 2(y_1 + y_2)$ . Suponha que a função custo total da firma 1 é  $c_1(y_1) = 10 + 2y_1$  e que a função custo total da firma 2 é  $c_2(y_2) = 10 + 2y_2$ .

**Resposta:**

O lucro dos produtores é:

$$\pi_1 = y_1[50 - 2(y_1 + y_2)] - 10 - 2y_1$$

$$\pi_2 = y_2[50 - 2(y_1 + y_2)] - 10 - 2y_2$$

As condições de primeira ordem são:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial y_1} = 50 - 4y_1 - 2y_2 - 2 = 0$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial y_2} = 50 - 2y_1 - 4y_2 - 2 = 0$$

A função de reação da firma 1 é:

$$y_1 = \frac{24 - y_2}{2}$$

A função de reação da firma 2 é:

$$y_2 = \frac{24 - y_1}{2}$$

Substituindo  $y_2$  em  $y_1$ :

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{24 - \frac{24 - y_1}{2}}{2} \\ y_1 &= 12 - \frac{24 - y_1}{4} \\ y_1 &= \frac{y_1 + 48 - 24}{4} \\ 4y_1 &= y_1 + 24 \\ y_1 &= \frac{24}{3} \\ y_1 &= 8 \end{aligned}$$

Substituindo em  $y_2$ :

$$\begin{aligned} y_2 &= \frac{24 - 8}{2} \\ y_2 &= 8 \end{aligned}$$

O preço de mercado é  $50 - 2(8 + 8) = 18$ . O lucro da firma 1 é  $8[50 - 2(8 + 8)] - 10 - 2 * 8 = 118$ . O lucro da firma 2 é  $8[50 - 2(8 + 8)] - 10 - 2 * 8 = 118$ .



**Resposta do exemplo em python:**

```

!pip install gekko
from gekko import GEKKO
m = GEKKO() # Inicializa o modelo
n = 2 # Número de firmas
# Parâmetros do modelo
a = 50 # Intercepto da função demanda inversa
b = 2 # Coeficiente linear da função demanda inversa
a_c = [10, 10] # Intercepto da função custo total
b_c = [2, 2] # Intercepto da função custo total
# Variáveis de decisão
y = [m.Var(value=1, lb=0.0001) for i in range(n)] # produção de cada firma
P = m.Intermediate(a - b*(y[0] + y[1])) # Função demanda inversa
pi = [m.Intermediate(P * y[i] - (a_c[i] + b_c[i]*y[i])) for i in range(n)] # Lucros de cada firma
# Condições de primeira ordem (derivadas do lucro em relação a y[i])
for i in range(n):
    rival = 1 - i # índice da firma rival
    m.Equation(y[i] == (a - b_c[i] - b * y[rival]) / (2 * b))
# Resolução do modelo
m.options.SOLVER = 3
m.solve(disp=True)
# Resultados
for i in range(n):
    print(f"Firma i+1: produção = y[i].value[0]:.2f, lucro = pi[i].value[0]:.2f")
    print(f"Preço de mercado = P.value[0]:.2f")

```

## 5.2 A solução de cartel

Outra solução para o problema de ausência de unicidade no equilíbrio em um oligopólio é a possibilidade de que os produtores se organizem em uma espécie de conluio ou cartel. Nesse caso, as firmas concordam em produzir determinadas quantidades que maximizam o lucro total do conluio. Formalmente, sejam  $\pi_1$  e  $\pi_2$  os lucros das firmas 1 e 2, respectivamente e  $R(y) = f(y)y$  a receita total do cartel com  $y = y_1 + y_2$ , então as firmas escolhem níveis ótimos de produção de modo a maximizar o lucro conjunto, isto é:

$$\max \pi(y_1 + y_2) = \pi_1 + \pi_2 = R(y) - c_1(y_1) - c_2(y_2) \quad (75)$$

Reescrevendo mais detalhadamente:

$$\begin{aligned} \max \pi(y_1 + y_2) &= f(y_1 + y_2)[y_1 + y_2] - c_1(y_1) - c_2(y_2) \\ \max \pi(y_1 + y_2) &= f(y_1 + y_2)y_1 + f(y_1 + y_2)y_2 - c_1(y_1) - c_2(y_2) \end{aligned} \quad (76)$$

As condições de primeira ordem para a maximização do lucro são:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi(y_1 + y_2)}{\partial y_1} &= y_1 * \frac{\partial f(y_1 + y_2)}{\partial y_1} + f(y_1 + y_2) + \frac{\partial f(y_1 + y_2)}{\partial y_1} * y_2 - \frac{\partial c_1(y_1)}{\partial y_1} = 0 \\ \frac{\partial f(y_1 + y_2)}{\partial y_1} (y_1 + y_2) + f(y_1 + y_2) - \frac{\partial c_1(y_1)}{\partial y_1} &= 0 \end{aligned} \quad (77)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \pi(y_1 + y_2)}{\partial y_2} &= y_1 * \frac{\partial f(y_1 + y_2)}{\partial y_2} + \frac{\partial f(y_1 + y_2)}{\partial y_2} * y_2 + f(y_1 + y_2) - \frac{\partial c_2(y_2)}{\partial y_2} = 0 \\ \frac{\partial f(y_1 + y_2)}{\partial y_2}(y_1 + y_2) + f(y_1 + y_2) - \frac{\partial c_2(y_2)}{\partial y_2} &= 0\end{aligned}\tag{78}$$

Como as firmas estão organizadas de modo a determinar a produção total, então  $\partial f(y_1 + y_2)/\partial y_1 = \partial f(y_1 + y_2)/\partial y_2$ , isto é, o preço possui a mesma sensibilidade às mudanças de produção nas duas firmas. Substituindo  $g(p_1, p_2) = \partial f(y_1 + y_2)/\partial y_1 = \partial f(y_1 + y_2)/\partial y_2$  em (77) e (78):

$$g(p_1, p_2) + f(y_1, y_2) = Cmg_1(y_1)\tag{79}$$

$$g(p_1, p_2) + f(y_1, y_2) = Cmg_2(y_2)\tag{80}$$

O que indica que a solução que o cartel oferece para a ausência de unicidade no equilíbrio de um oligopólio é semelhante ao equilíbrio obtido em um monopólio com produção segmentada em múltiplas plantas, de modo que o lucro do cartel será máximo quando o custo marginal seja o mesmo para todos os oligopolistas.

Apesar de apresentar uma solução para o problema da unicidade, o equilíbrio em um cartel apresenta algumas fragilidades. Uma dessas fragilidades é a ausência de uma regra clara para distribuição das cotas de produção e de lucro. Como não há nenhuma especificação de como essas cotas devem ser distribuídas entre as firmas, essa distribuição acaba dependendo do poder de barganha dos produtores. Assim, a solução de cartel não é uma solução duradoura, uma vez que cada firma tem incentivos a aumentar os seus níveis de produção, fazendo com que a oferta total do cartel seja superior à quantidade previamente estabelecida, pressionando o preço para baixo e reduzindo os lucros.

**Exemplo:**

Considere um duopólio onde os produtores enfrentam uma curva de demanda  $p = 50 - 2(y_1 + y_2)$ . Suponha que a função custo total da firma 1 é  $c_1(y_1) = 10 + 2y_1$  e que a função custo total da firma 2 é  $c_2(y_2) = 10 + 2y_2$ .

**Resposta:**

O lucro do cartel é:

$$\pi = \pi_1 + \pi_2 = y_1[50 - 2(y_1 + y_2)] - 10 - 2y_1 + y_2[50 - 2(y_1 + y_2)] - 10 - 2y_2$$

$$\pi = \pi_1 + \pi_2 = [50 - 2(y_1 + y_2)](y_1 + y_2) - 2(y_1 + y_2) - 20$$

$$\pi = [50 - 2y]y - 2y - 20$$

$$\pi = -2y^2 + 48y - 20$$

A condição de primeira ordem é:

$$\frac{\partial \pi}{\partial y} = -4y + 48 = 0$$

$$y = \frac{48}{4} = 12$$

Como  $y = y_1 + y_2$ , o preço de mercado é  $p = 50 - 2 * 12 = 26$  e o lucro do cartel é  $\pi = -2 * 12^2 + 48 * 12 - 20 = 268$ . O custo total do cartel é  $20 + 2y = 48$ . Dado que não há uma regra para distribuição das cotas de produção, não é possível quantificar  $y_1$  e  $y_2$ .

### 5.3 A solução de Stackelberg

A solução de Stackelberg consiste em supor que o oligopolista pode se comportar de duas maneiras distintas, como líder (tomando as suas decisões de produção antes das demais empresas), ou como seguidora (tomando as decisões de produção com base nas decisões tomadas pela empresa líder). Se a empresa se comporta como seguidora, ela considera a oferta do seu oponente como sendo fixa e a solução é semelhante àquela apresentada no modelo de Cournot. No entanto, se a firma se comporta como líder ela passa a levar em consideração a função de reação do seu oponente. Com isso, a solução de Stackelberg para um duopólio dispõe de quatro possíveis cenários, sendo:

1. A firma 1 é líder e a firma 2 é seguidora.
2. A firma 2 é líder e a firma 1 é seguidora.
3. Ambas são seguidoras.
4. Ambas são líderes.

Os três primeiros casos geram soluções estáveis enquanto o último caso leva a uma competição entre as firmas sem um equilíbrio estável.

Se a firma se comporta como líder, ela escolhe o seu nível de produção ( $y_\ell$ ) de modo a maximizar o seu lucro  $\pi_\ell$  restrito à função de reação da firma seguidora, isto é:

$$\max \pi_\ell(y_\ell, y_s) = f(y_\ell + y_s)y_\ell - c_\ell(y_\ell) \quad \text{Sujeito a: } y_s = g(y_\ell) \quad (81)$$

Em que  $y_s$  é o nível de produção da firma seguidora,  $c_\ell(y_\ell)$  é a função custo total da firma líder e  $g(y_\ell)$  é a função de reação da empresa seguidora.

Se a empresa se comporta como seguidora, então ela buscará maximizar o lucro ( $\pi_s$ ) tomando como fixo o nível de produção da firma líder, isto é:

$$\max \pi_s(y_\ell, y_s) = f(y_\ell + y_s)y_s - c_s(y_s) \quad \text{Sujeito a:} \quad \frac{\partial y_\ell}{\partial y_s} = 0 \quad (82)$$

Em que  $c_s(y_s)$  é a função custo total da firma seguidora.

**Exemplo:**

Considere um duopólio onde os produtores enfrentam uma curva de demanda  $p = 50 - 2(y_1 + y_2)$ . Suponha que a função custo total da firma 1 é  $c_1(y_1) = 10 + 2y_1$  e que a função custo total da firma 2 é  $c_2(y_2) = 10 + 2y_2$ . Deixe a firma 1 ser líder e a firma 2 ser a seguidora. Encontre o nível de produção, o preço de mercado e o lucro de cada firma.

**Resposta:**

O lucro da firma 1 é:

$$\pi_1 = -2y_1^2 + 48y_1 - 2y_1y_2 - 10$$

O lucro da firma 2 é:

$$\pi_2 = -2y_2^2 + 48y_2 - 2y_1y_2 - 10$$

A condição de primeira ordem para a firma 2 é:

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial y_2} = -4y_2 + 48 - 2y_1 = 0$$

$$y_2 = \frac{24 - y_1}{2}$$

Essa é a função de reação da firma seguidora. O problema da firma líder é:

$$\max \pi_1 = -2y_1^2 + 48y_1 - 2y_1y_2 - 10 \quad \text{Sujeito a} \quad y_2 = \frac{24 - y_1}{2}$$

Substituindo a restrição na função objetivo:

$$\pi_1 = -2y_1^2 + 48y_1 - y_1(24 - y_1) - 10$$

$$\pi_1 = -y_1^2 + 24y_1 - 10$$

A condição de primeira ordem é:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial y_1} = -2y_1 + 24 = 0 \quad \Rightarrow \quad y_1 = 12$$

Substituindo na função de reação da firma seguidora:

$$y_2 = \frac{24 - 12}{2} = 6$$

O preço de mercado é  $p = 50 - 2(12 + 6) = 14$ . O lucro da firma líder é  $\pi_1 = -2 * 12^2 + 48 * 12 - 2 * 12 * 6 - 10 = 134$ . O lucro da firma seguidora é  $\pi_2 = -2 * 6^2 + 48 * 6 - 2 * 12 * 6 - 10 = 62$ .